Elementargeometrie SS22
Prof. Dr. Annette Huber-Klawitter | Übungsblatt 11
StR Dr. Katharina Böcherer-Linder
M.Sc. Pedro Núñez | Abgabe: 22.07.2022

Aufgabe 11.1. Wir betrachten die hyperbolische Ebene $\mathbb{H}^2$.

(a) Berechnen Sie explizit die Spiegelung an der y-Achse.

(b) Zeigen Sie, dass das Lot auf die y-Achse durch $(0, 1)$ der Einheits(halb)kreis ist.

(4 Punkte)

Aufgabe 11.2. Wir betrachten die hyperbolische Gerade g durch $(3, 0)$ und $(-1, 0)$ in $\mathbb{H}^2$. Rechnen Sie explizit die Verschiebung ϕ entlang g, so dass $\phi((0, \sqrt{3})) = (1, 2)$.

(4 Punkte)

Aufgabe 11.3. Wir betrachten die hyperbolische Ebene $\mathbb{H}^2$. Seien $g \parallel g' \subset \mathbb{H}^2$ zwei verschiedene parallele hyperbolische Geraden. Ein *gemeinsames Lot* ist eine hyperbolische Gerade $h \subset \mathbb{H}^2$, mit $g \perp h$ und $g' \perp h$. Zeigen Sie:

(a) Haben g, g' ein gemeinsames Ende, so existiert kein gemeinsames Lot.

(b) Haben g, g' kein gemeinsames Ende, so existiert genau ein gemeinsames Lot.

(4 Punkte)

Aufgabe 11.4. Wir betrachten die hyperbolische Ebene $\mathbb{H}^2$. Sei $g \subset \mathbb{H}^2$ eine hyperbolische Gerade mit Endpunkten $x_1, x_2 \in \mathbb{R} \cup \{\infty\}$.

(a) Berechnen Sie die Gruppe der Verschiebungen entlang g konkret als Teilmenge der Möbiustransformationen in Abhängigkeit von x_1, x_2.

(b) Sei $g \neq h \subset \mathbb{H}^2$ eine weitere hyperbolische Gerade. Bestimmen Sie rechnerisch, welche Paare von Verschiebungen (τ_g, τ_h) kommutieren (wann also $\tau_g \circ \tau_h = \tau_h \circ \tau_g$ gilt) wobei τ_g eine Verschiebung entlang g und τ_h eine Verschiebung entlang h ist.

(6 Punkte)