

“Lineare Algebra”
WS 2018/19 — Übungsblatt 1
Ausgabe: 18.10.2018, Abgabe: 26.10.2018

Informationen zur Vorlesung finden Sie unter:

<http://home.mathematik.uni-freiburg.de/arithgeom/lehre/ws18/1a.html>

Sie erhalten zusätzlich 2 Punkte für das Ausfüllen des Online-Tests. Diese sind Teil der Pflichtwertung. Bonusaufgaben gehen nicht in die Pflichtwertung ein, sondern können benutzt werden, um zusätzliche Punkte zu erhalten.

Aufgabe 1.1:

Lösen Sie das folgende lineare Gleichungssystem:

$$\begin{aligned}3x - 5y + z - 3t &= 10 \\x + y + 2z + 4t &= 4 \\x - y + z &= 3 \\y + z + t &= 5.\end{aligned}$$

(4 Punkte)

Aufgabe 1.2: Gegeben sei ein lineares Gleichungssystem mit m Gleichungen und n Variablen. Sind die folgenden Aussagen wahr oder falsch? Begründen Sie Ihre Antworten.

1. Das Gleichungssystem ist nicht lösbar, wenn $m > n$ ist.
2. Das Gleichungssystem ist lösbar, wenn $n > m$ ist.

Ein Gleichungssystem in der Form von Definition 1.3 im Skript heißt homogen, falls $b_i = 0$ für alle $1 \leq i \leq m$ gilt.

Wie verändern sich die Antworten, wenn das Gleichungssystem als homogen vorausgesetzt wird?

Wie verändern sich die Antworten, wenn das Gleichungssystem als homogen vorausgesetzt wird, und unter “lösbar” die Existenz einer *von der trivialen Lösung* $0, \dots, 0$ *verschiedene* Lösung verstanden wird?

(4 Punkte)

Aufgabe 1.3: Wie können in einem Gleichungssystem durch wiederholte Anwendung der Operationen: 1. “Addieren eines Vielfachen einer Zeile zu einer anderen” und 2. “Multiplikation einer Zeile mit -1 ” zwei Zeilen vertauscht werden?

(2 Punkte)

(bitte wenden)

Aufgabe 1.4:

1. Betrachte die Gerade in der Ebene \mathbb{R}^2 , welche durch die Gleichung

$$3 \cdot x + 5 \cdot y = 7$$

beschrieben wird. Finden Sie eine Parameterdarstellung der Geraden der Form

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$$

für geeignete $x_0, y_0, x_1, y_1 \in \mathbb{R}$.

2. Betrachte die Ebenen im Raum \mathbb{R}^3 , welche durch die Gleichungen

$$E_1 : 3 \cdot x + 5 \cdot y + 2 \cdot z = 1$$

bzw.

$$E_2 : x + y - z = 2$$

gegeben sind.

Finden Sie eine Parameterdarstellung der Schnittgeraden $E_1 \cap E_2$ der Form

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix}$$

für geeignete $x_0, y_0, z_0, x_1, y_1, z_1 \in \mathbb{R}$.

Was hat diese Aufgabe mit der Lösung von Gleichungssystemen zu tun?

(4 Punkte)