

“Lineare Algebra”
WS 2018/19 — Übungsblatt 6
Ausgabe: 22.11.2018, Abgabe: 30.11.2018

Informationen zur Vorlesung finden Sie unter:

<http://home.mathematik.uni-freiburg.de/arithgeom/lehre/ws18/la.html>

Sie erhalten zusätzlich 2 Punkte für das Ausfüllen des Online-Tests. Diese sind Teil der Pflichtwertung. Bonusaufgaben gehen nicht in die Pflichtwertung ein, sondern können benutzt werden, um zusätzliche Punkte zu erhalten.

Aufgabe 6.1:

1. Schreiben Sie aus dem Kopf die Definition von linear unabhängig (für endliche und unendliche Familien) auf. Korrigieren Sie hinterher.
2. Nehmen Sie ein Lehrbuch oder eine Formelsammlung in die Hand (!) und vergleichen Sie Ihre Version mit der Referenz. Geben Sie die verwendete Quelle an.

Hinweis: Eine vollständige Literaturreferenz hat mindestens die Informationen Autor, Titel, Verlag, Jahr.

(2 Punkte)

Aufgabe 6.2: Bilden die folgenden Vektoren eine Basis von \mathbb{R}^3 ? Bilden sie eine Basis von $(\mathbb{F}_2)^3$?

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(4 Punkte)

Aufgabe 6.3: Sei k ein Körper, V ein endlich-dimensionaler k -Vektorraum, und $U \subset V$ ein k -Untervektorraum von V . Zeigen Sie:

1. $\dim U \leq \dim V$.
2. $\dim V/U \leq \dim V$.
3. In 1. gilt $\dim U = \dim V$ genau dann, wenn $U = V$.
4. In 2. gilt $\dim V/U = \dim V$ genau dann, wenn $U = 0$.

(4 Punkte)

(bitte wenden)

Aufgabe 6.4:

Wir betrachten noch einmal den \mathbb{F}_2 -Vektorraum $\mathfrak{P}(X)$ (siehe Aufgabe 4.2), wobei X eine endliche Menge ist. Geben Sie eine Basis von $\mathfrak{P}(X)$ an. Bestimmen Sie die Dimension von $\mathfrak{P}(X)$.

(4 Punkte)

Bonus-Aufgabe 6.5: Wir betrachten den \mathbb{R} -Vektorraum $\text{Abb}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ der Abbildungen $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Sind die Elemente $f(x) = \cos x$, $g(x) = \sin x$ und $h(x) = e^x$ linear abhängig in $\text{Abb}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$?

(3 Punkte)