Prof. Dr. Wolfgang Soergel
Dr. Antonio Sartori

Universität Freiburg
WS 2014/2015

Übungen zu Lineare Algebra I – Blatt 6

Aufgabe 1 (4 Punkte)**.** Man berechne die Inverse der Matrix

$$M = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 2 (4 Punkte)**.** Sei

$$M = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 11 & -5 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & -1 & -1 \\ 2 & 0 & 1 & 0 & 4 \\ 2 & -1 & 2 & -1 & 2 \end{pmatrix} \in \mathrm{Mat}(4 \times 5; \mathbb{Q}).$$

(i) Man finde Matrizen $A \in \mathrm{Mat}(4\times 4;\mathbb{Q})$ und $B \in \mathrm{Mat}(5\times 5;\mathbb{Q})$, so dass AMB in Smith-Normalform ist.

(ii) Was ist der Rang von M?

Aufgabe 3 (4 Punkte)**.** Sei K ein Körper und seien $A \in \mathrm{Mat}(m \times n; K)$ und $B \in \mathrm{Mat}(n \times p; K)$. Man zeige $(AB)^\top = B^\top A^\top$.

Aufgabe 4 (4 Punkte)**.** Sei $V = \mathbb{R}^3$ der euklidische drei-dimensionale reelle Vektorraum mit Koordinaten x, y, z, und sei $f\colon V \to V$ die orthogonale Spiegelung an der Ebene $H \subset V$ definiert durch die Gleichung $x + y + z = 0$. Man schreibe die Matrix des Endomorphismus f bezüglich der Basis

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \qquad v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

und bezüglich der Standardbasis e_1, e_2, e_3.

(Hinweis: Man bemerke, dass $v_1, v_2 \in H$ und dass v_3 orthogonal zu H ist.)

Abgabefrist: Donnerstag, den 4. Dezember um 8.00 Uhr.