
Exercises “Algebraic Number Theory”

Sheet 2

Problem 1: (3+2 points)

Let $f: A \rightarrow B$ be a ring homomorphism and $\mathfrak{p} \subseteq B$ a prime ideal. Show that $f^{-1}(\mathfrak{p})$ is a prime ideal of A . Does the statement remain true if one replaces “prime ideal” with “maximal ideal”?

Problem 2: (6+3 points)

Let B/A be an integral ring extension.

(1) Show that if B is an integral domain, then

$$A \text{ is a field} \iff B \text{ is a field.}$$

(2) Give an example of an integral ring extension B/A such that A is a field but B is not.

Problem 3: (6 points)

Show that the ring $\mathbb{Z}[\sqrt{-2}]$ is Euclidean with respect to the norm $N(a+b\sqrt{-2}) = a^2 + 2b^2$.

Abgabedetails:

Wann? Bis spätestens Donnerstag, 31. Oktober 2024, 12:00.

Wo? Sie haben zwei Optionen:

- Ins Postfach von Demleitner im 3. Stock des mathematischen Instituts
- Geben Sie unserem Tutor Jannek Link das Blatt in der Vorlesung

Wie? Abgabe in Gruppen bis zu zwei Personen erlaubt, sogar erwünscht. Alle Namen und Matrikelnummern auf das Blatt schreiben. Abgabe in deutscher Sprache ist in Ordnung.