6. Übungsblatt
Topologie
im SS 2018 bei Dr. D. Hein

Abgabe Montag, den 4.6.18
12 Uhr in den Briefkasten (Nr. 3.1)

Bitte schreiben Sie Ihren Vor- und Nachnamen auf Ihr Blatt

Aufgabe 1

(a) Sei $X = [a, b] \subset \mathbb{R}$ und $f\colon X \to X$ stetig. Zeigen Sie, dass f dann einen Fixpunkt haben muss, es also einen Punkt $c \in X$ gibt, so dass $f(c) = c$ gilt.

(b) Gilt das auch noch, wenn $X = (a, b]$ oder $X = (a, b)$ ist?

Aufgabe 2

Sei X ein topologischer Raum und $A, B \subseteq X$ abgeschlossen.

(a) Zeigen Sie, dass A und B zusammenhängend sind, wenn $A \cup B$ und $A \cap B$ beide zusammenhängend sind.

(b) Gilt die Behauptung immer noch, wenn wir die Abgeschlossenheit von A und B nicht fordern?

Aufgabe 3

Sei X ein topologischer Raum und $A \subseteq X$ eine wegzusammenhängende Teilmenge. Ist dann auch der Abschluss $\overline{A}$ wegzusammenhängend? Beweisen Sie diese Aussage oder geben Sie ein Gegenbeispiel an.

Aufgabe 4

(a) Zeigen Sie, dass ein topologischer Raum mit der diskreten Topologie total unzusammenhängend ist.

(b) Gilt in a) auch die Umkehrung, dass jeder total unzusammenhängende Raum die diskrete Topologie trägt?

(c) Konstruieren Sie ein Beispiel zur Situation von Korollar 3.5, bei dem der Raum X nicht die Summentopologie der disjunkten Vereinigung seiner Zusammenhangskomponenten trägt.