

1.8 Warum Geometrie in der Schule ?

(Staatliches Seminar für Didaktik und Lehrerbildung (Gymnasien) Heidelberg)

Wichtige Gründe für die Behandlung der Geometrie

- Erziehung zu Sauberkeit und Übersichtlichkeit (Konstruktionen)
- Übung der Feinmotorik (Genauigkeit beim Zeichnen, Zirkelhalten, usw.)
- Immanente Anschaulichkeit (z.B. Körper, Skizzen)
- Schulung der Vorstellungskraft (z.B. Tangram, Somawürfel)
- Schulung des räumlichen Denkens
- „Schönheit“ der geometrischen Figuren (z.B. Symmetrien)
- Verblüffung (z.B. durch optische Täuschungen)
- Abgeschlossenheit der Geometrie
- Beschränkung auf wenige Elemente (z.B. Gerade, Strecke, Kreis, Winkel, Punkt)
- Schulung des mathematisch-geometrischen Denkens (Untersuchung der logischen Zusammenhänge zwischen den Eigenschaften)
- Schulung des logisch mathematischen Denkens („Die Art der Beziehung zwischen den Sätzen wird untersucht“; Bedeutung erst für die Mittel- und Oberstufe)
- Visualisierung von Trugschlüssen (z.B. „Jedes Dreieck ist gleichschenkelig.“)
- Erziehung zu vollständiger Darstellung (z.B. Konstruktionsbeschreibung; Idee: lückenhafte Konstruktionsbeschreibung konstruktiv nachvollziehen lassen)
- Vielfalt von Beispielen für entdeckendes Lernen
- Viele Möglichkeiten für anschauliche Begründungen

- Möglichkeit der Beschränkung auf exemplarisches Vorgehen („Beweisideen und Kenntnisse oft leicht übertragbar“)
- Übungsmöglichkeiten für Beweisführungen
- Erstellen von kurzen Beweisgängen
- Viele Beispiele für „pfiffige“ Beweisideen (z.B. Parkettierung für Winkelsummensatz oder „Suche ein gleichseitiges Dreieck, bei dem je eine Ecke auf einer von drei von einem Punkt ausgehenden Strahlen liegt“)
- Kennen lernen von Problemlösestrategien (z.B. indirekter Beweis, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Hilfsskizzen, Bearbeiten eines Spezialfalls, zusätzliche Hilfslinien, ...)
- Algorithmenerstellung (Konstruktionsbeschreibung)
- Vielfältige Vernetzung mit anderen math. Teilgebieten (z.B. Kombinatorik: Maximale Zahl der Schnittpunkte von n Geraden in der Ebene)
- Lokales Ordnen auf vielfältigen Stufen („Haus der Vierecke“, Grundkonstruktionen, Flächensätze...)

1.9 Aufbau der Schulgeometrie (nach dem Bildungsplan von BW)

Voraussetzungen: *Grundschule Klasse 3/4*

LEITIDEE: RAUM UND EBENE

Die Schülerinnen und Schüler können geometrische Körper in der Umwelt entdecken /identifizieren; ausgewählte geometrische Körper nach Vorlage bauen, Körperformen und d. Eigenschaften beschreiben; geometrische Körper auf Funktionalität prüfen und deren Anwendung und Nutzung im Alltag erkennen; geometrische Körper miteinander vergleichen und zueinander in Beziehung setzen; Aufgaben und Probleme mit räumlichen Bezügen konkret und in der Vorstellung lösen; Flächen und Formen identifizieren, sie benennen, zueinander in Beziehung setzen und mit ihnen kreativ gestalten; komplexe Flächenformen aufbauen, zerlegen und analysieren; Flächeninhalte konkret ermitteln; Eigenschaften geometrischer Flächen und Formen erkennen und in einfachen Konstruktionen anwenden; symmetrische Figuren herstellen und Formen und Figuren auf Symmetrie überprüfen.

Inhalte

- *Würfel, Quader, Kugel, Kegel, Zylinder, Pyramide*

- **Würfelnetz, Quadernetz**
- **Viereck, Rechteck, Quadrat, Dreieck, Kreis**
- **ist senkrecht zu, ist parallel zu, rechter Winkel, Faltwinkel**

LEITIDEE: MUSTER UND STRUKTUREN

Die Schülerinnen und Schüler können geometrische und arithmetische Muster in innermathematischen und außermathematischen Kontexten erkennen, beschreiben und Vorhersagen zur Fortsetzung treffen;
 Zeichen und Symbolkonstellationen als verschlüsselte Informationsquellen und als Notationsform in unterschiedlichen Zusammenhängen erkennen;
 analoge Muster selbst kreativ entwickeln, beschreiben und mit anderen – auch historischen – vergleichen;
 Regelmäßiges und einfache arithmetische Gesetzmäßigkeiten erkennen, erklären und für eigenes Gestalten nutzen;
 aus Sachaufgaben die mathematische Struktur herauslösen und umgekehrt vorgegebene Strukturen veranschaulichen.

Inhalte

- **Zeichen, Symbole, Formen, Figuren, Zahlen**
- **Muster mit Bezügen zu Kunst und Geschichte (römische Ornamente)**

Klasse 5/6 (Propädeutische Geometrie):

Kompetenzziele mit Bezug zur Geometrie

- Formeln zur Bestimmung von Maßen entwickeln und anwenden
- geeignete Maßgrößen und Einheiten nutzen, um Situationen zu beschreiben/untersuchen
- Maße schätzen und bestimmen
- Messergebnisse sachangemessen darstellen
- Geometrische Objekte:
 - grundlegende benennen/beschreiben
 - charakteristische Eigenschaften erkennen und Beziehungen analysieren
 - mit Hilfe von Zirkel und Geodreieck sorgfältig darstellen
 - ebene Figuren abbilden
- Über ein angemessenes Raumvorstellungsvermögen verfügen

Inhalte	Beteiligte Leitideen
1. Inhaltsformeln, einfache Gleichungen	Variable
2. Winkelweiten, Längen, Kreisumfang	Messen
3. Flächeninhalte von Rechteck, Parallelogramm, Dreieck und Kreis	Raum und Form; Messen
4. Figuren und Körper: Winkel, Kreis, Parallelogramm, Quader	Raum und Form
5. Achsen- und Punktspiegelung, achsen- und punktsymmetrische Figuren	Raum und Form

Klasse 7/8 (Synthetisch-algebraische Geometrie):

Kompetenzziele mit Bezug zur Geometrie

- Eigenschaften ebener geometrischer Figuren erkennen und begründen
- ebene Figuren mit vorgegebenen Eigenschaften darstellen und begründen
- Kongruenz von Dreiecken erkennen und anwenden
- algebraische und geometrische Problemstellungen ineinander überführen/lösen
- mathematische Sachverhalte und Problemlösungen verbal beschreiben

Inhalte	Beteiligte Leitideen
1. Winkel an Parallelen, Seiten und Winkel im Dreieck	Raum und Form; Messen
2. Abstände, Ortslinien, Inkreis und Umkreis von Dreiecken	Raum und Form
3. Einfache Dreieckskonstruktionen, auch Bestimmung von wahren Größen bei Strecken/Flächen im Raum	Raum und Form
4. kongruente Figuren	Raum und Form;
5. Beweis; Konstruktionsbeschreibungen; mathematischer Aufsatz	Vernetzung

Klasse 9/10 (algebraisch-analytische Geometrie):

Kompetenzziele mit Bezug zur Geometrie

- Objekte und Verknüpfungen zur rechnerischen Behandlung geometrischer Fragestellungen kennen und anwenden
- Inhaltsformeln einfacher Körper kennen und mit Hilfe der Ideen „Zerlegung“ und „Annäherung“ einsichtig machen
- Maße von Figuren und Körpern abschätzen und mit Hilfe der Formelsammlung berechnen
- Figuren zentrisch strecken; Eigenschaften der zentrischen Streckung kennen und anwenden
- grundlegende Sätze zur Berechnung von Streckenlängen kennen und anwenden
- Seitenlängen und Winkelweiten am rechtwinkligen Dreieck berechnen
- geometrische Objekte im Raum analytisch beschreiben und ihre Lagebeziehungen analysieren.

Inhalte	Beteiligte Leitideen
1. Rauminhalt und Oberflächeninhalt von Prisma und Zylinder	Messen
2. Umfang und Inhalt von Figuren, auch solchen, die von Kreisen und Kreisbögen begrenzt sind	Messen
3. zusammengesetzte Körper	Messen
4. Zentrische Streckung, Strahlensätze, Satz des Pythagoras	Raum und Form;
5. Berechnung von Streckenlängen/Winkelweiten bei Körpern	Raum und Form;
6. sin, cos, tan	Raum und Form;
7. Ortsvektor, Geradengleichung	Raum und Form;
8. Umgang mit GTR, geeigneter Software und elektronischen Medien (in der Geometrie vor allem mit DGS)	Vernetzung

Kurstufe (analytische Geometrie):

Kompetenzziele mit Bezug zur Geometrie

- das Konzept der Rekonstruktion auf verschiedene Anwendungsfelder übertragen
- Geometrische Objekte im Raum vektoriell bzw. analytisch beschreiben und ihre Lagebeziehungen analysieren
- Eigenschaften von geometrischen Objekten und Beziehungen zwischen geometrischen Objekten beschreiben und berechnen
- heuristische Verfahren zur Erkenntnisgewinnung kennen und einsetzen
- Mit Hilfe von Vektoren beweisen
- Probleme lösen, die den Einsatz von Begriffen und Verfahren aus verschiedenen Teilbereichen der Mathematik erfordern

Inhalte	Beteiligte Leitideen
1. Rekonstruierter Bestand, Inhalt krummlinig begrenzter Flächen (auch Kreis), Volumen (auch Pyramide, Kegel)	Messen
2. Ebenen, Winkel, Abstände	Raum und Form
3. Verbindungen zwischen den Teilgebieten Analysis, Geometrie und Stochastik	Vernetzung

1.10 Umsetzung in zwei Lehrbüchern (Geometrie 5/6)

Lambacher-Schweizer (Klett, Gelbe Reihe)	Neue Wege (Schroedel)
<p>Symmetrie (Bd 1, Kl. 5, 28 Seiten)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Achsensymmetrische Figuren 2. Orthogonale und parallele Geraden 3. Figuren 4. Koordinatensysteme 5. Punktsymmetrische Figuren 	<p>Anordnungen und Muster – Abzählverfahren (Bd 1, Kl. 5, 17 Seiten)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Muster und Folgen 2. Gitter, Koordinatensysteme
<p>Flächen (Bd 1, Kl. 5, 26 Seiten)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Welche Fläche ist größer? 2. Flächeneinheiten 3. Flächeninhalte eines Rechtecks 4. Flächeninhalte veranschaulichen 5. Fl_inhalt e. Parallelogramms/Dreiecks 6. Umfang einer Fläche 	<p>Formen/Beziehungen in Raum/Ebene (Bd 1, Kl. 5, 10 Seiten)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Einfache geometrische Körper/Flächen 2. Kantenmodelle von Körper/Flächen
<p>Körper (Bd 1, Kl. 5, 24 Seiten)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Körper und Netze 2. Quader 3. Schrägbilder 4. Rauminhalte eines Quaders 5. Rechnen mit Rauminhalten 	<p>Geometrische Grundbegriffe u. Konstruktionen (Bd 1, Kl. 5, 23 Seiten)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Parallele und zueinander senkrechte Geraden – Abstände 2. Vierecke 3. Pflasterungen
<p>Winkel und Kreis (Bd 2, Kl. 6, 28 Seiten)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Winkel 2. Winkelweiten 3. Messen/Zeichnen von Winkeln ($\leq 180^\circ$) 4. Zeichnen/Messen beliebiger Winkel 5. Entdeckungen mit Winkeln 6. Kreisfiguren 	<p>Raum und Ebene – Zeichnen und Vorstellen (Bd. 1, Kl. 5, 9 Seiten)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Schrägbilder 2. Raumanschauung
<p>im Kapitel</p> <p>Abhängigkeiten zwischen Größen (4 Seiten)</p> <ol style="list-style-type: none"> 5. Umfang eines Kreises 6. Flächeninhalt eines Kreises 	<p>Ebene und Raum – Größen (Bd. 1, Kl. 5, 28 S.)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Flächeninhalt 2. Fl_inh. durch Zerlegen/Ergänzen bestimmen - Parallelogramm und Dreieck 3. Rauminhalt
<p>insgesamt 110 Seiten</p>	<p>Kreis und Winkel (Bd 2, Kl. 6, 26 Seiten)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Kreise und Kugeln 2. Kreismuster – Konstruieren mit Kreisen 3. Winkel 4. Winkelgrößen schätzen und messen
	<p>Symmetrie und Abbildungen (Bd 2, Kl. 6, 34 S.)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Symmetrie in Raum/Ebene – Phänomene 2. Achsenspiegelungen 3. Punktspiegelungen 4. Drehungen 5. Verschiebungen 6. Raumvorstellung
	<p>insgesamt 120 Seiten</p>

Umsetzung in zwei Lehrbüchern (Geometrie 7/8)

Lambacher-Schweizer (Klett, Gelbe Reihe)	Neue Wege (Schroedel)
<p>Beziehungen in geometrischen Figuren (Bd 3, Kl. 7, 28 Seiten)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Abstände 2. Abstände v. Punkten/Geraden-Ortslinien 3. Konstruktionen mit Zirkel und Lineal 4. Zusammenhänge bei symmetr. Figuren 5. Winkelsummen 6. Satz des Thales 7. Umkreise und Inkreise <p>Kongruenz (Bd 4, Kl. 8, 32 Seiten)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Kongruente Figuren 2. Kongruente Dreiecke 3. Figuren im Raum 4. Konstruktion von Vierecken 5. Begründen mit Kongruenzsätzen 6. Exkursion <ul style="list-style-type: none"> • Platonische Körper • Zwillingsglück <p>Definieren, Ordnen und Beweisen (Bd 4, Kl. 8, 30 Seiten)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Begriffe festlegen – Definieren 2. Spezialisieren–verallgemeinern – ordnen Mathematischer Aufsatz 3. Aussagen überprüfen – beweisen oder widerlegen 4. Beweise führen – Strategien 5. Sätze entdecken – Beweise finden <p>Insgesamt 90 Seiten</p>	<p>Winkel und besondere Linien bei ebenen Figuren (und Körpern) (Bd 3, Kl. 7, 40 Seiten)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Winkelsätze an Geradenkreuzungen 2. Winkel an Vielecken und Körpern 3. Ortslinien – Mittelsenkrechte, Winkelhalbierende, Mittelparallele 4. Besondere Linien und Punkte im Dreieck 5. Geometrische Denkaufgaben <p>Geometrische Konstruktionen an Dreiecken (Bd 3, Kl. 7, 30 Seiten)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Bestimmungsstücke zur Konstruktion von Dreiecken - Kongruenzsätze 2. Konstruktion mit besonderen Linien im Dreieck 3. Anwendungen von Dreieckskonstr. bei ebenen/räumlichen Problemen 4. Bewegliche Geometrie – Was passiert, wenn...? 5. Geometrie – etwas anders <p>Definieren und Ordnen – Vierecke und Vielecke (Bd 4, Kl. 8, 22 Seiten)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Konstruieren/Definieren von Vierecken 2. Eigensch. v. Vierecken in Anwendungen 3. Vierecke systematisch – ordnen in der Vielfalt <p>Begründen und Beweisen – Winkel am Kreis (Bd. 4, Kl. 8, 20 Seiten)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Tangenten am Kreis 2. Winkel am Kreis 3. Kreis und Vierecke <p>Insgesamt 111 Seiten</p>

Umsetzung in zwei Lehrbüchern (Geometrie 9/10)

Lambacher-Schweizer (Klett, Gelbe Reihe)	Neue Wege (Schroedel)
<p>Ähnliche Figuren – Strahlensätze (Bd 5, Kl. 9, 26 Seiten)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Vergrößern und verkleinern von Vielecken – Ähnlichkeit 2. Zentrische Streckung 3. Ähnliche Dreiecke 4. Strahlensätze 5. Erweiterung der Strahlensätze ME: Experimentieren mit Geometrie <p>Rechtwinklige Dreiecke (Bd 5, Kl. 9, 26 Seiten)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Der Satz des Pythagoras 2. Pythagoras in Figuren und Körpern 3. Der Sinus 4. Kosinus und Tangens 5. Winkel- und Längenberechnungen <p>Kreise und Körper (Bd 5, Kl. 9, 26 Seiten)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Kreis 2. Kreisteile 3. Prisma und Zylinder 4. Formeln verstehen: Pyramide / Kegel 5. Formeln anwenden – Kugeln und andere Körper 6. ME: Körper darstellen <p>Geraden im Raum – Vektoren (Bd 6, Kl. 10, 34 S.)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Punkte im Raum 2. Vektoren 3. Rechnen mit Vektoren 4. Geraden 5. Lage von Geraden ME: Vektoren in anderen Zusammenhängen <p>Insgesamt 112 Seiten</p>	<p>Ähnlichkeit (Bd 9, Kl. 9, 36 Seiten)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Zentrische Streckungen entdecken und durchführen 2. Zentrische Streckungen – Verkleinern und Vergrößern 3. Bestimmen von unzugänglichen Streckenlängen – Strahlensätze 4. Ähnliche Figuren – Ähnlichkeitsabb. 5. Flächen und Volumina bei ähnlichen Figuren 6. Fraktale – selbstähnliche Muster durch Iterationen <p>Der Satz des Pythagoras (Bd 9, Kl. 9, 38 Seiten)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Bestimmungsstücke zur Konstruktion von Dreiecken - Kongruenzsätze 2. Konstruktion mit besonderen Linien im Dreieck 3. Anwendungen von Dreieckskonstr. bei ebenen/räumlichen Problemen 4. Bewegliche Geometrie – Was passiert, wenn...? 5. Geometrie – etwas anders <p>Kreisberechnungen (Bd 10, Kl. 10, 34 Seiten)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Umfang des Kreises 2. Flächeninhalt des Kreises 3. Die Zahl π hat Geschichte 4. Anwendungen <p>Darstellen und Berechnen von Körpern (Bd. 10, Kl. 10, 28 Seiten)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Darstellen von Körpern 2. Vom Prisma zum Zylinder 3. Pyramiden und Kugeln 4. Die Kugel <p>ohne Vektoren! Insgesamt 136 Seiten</p>

