

XI. Freiburger-Mathematik-Tage 2012

Themen und Zusammenfassungen

Wir bieten Ihnen insgesamt **11 Arbeitsgruppen** zu unterschiedlichen Gebieten aus der Mathematik an. Es gibt 00 Arbeitsgruppen mit einer Dauer von **3 Stunden** und 00 Gruppen, die **1,5 Stunden** dauern. Lesen Sie das Angebot sorgfältig durch, und wählen Sie aus jedem Block **2** Angebote aus. Wenn Sie also zum Beispiel gerne in die Gruppe von Herrn Prof. Wolke oder in die Gruppe von Frau Röttgen wollen, geben Sie auf Ihrer Anmeldung 1.1 und 1.2 an. Zusätzlich müssen Sie noch zwei Gruppen aus dem Angebot 2 der **1,5-stündigen Gruppen** wählen: z. B. 2.1 und 2.2. In diesem Fall möchten Sie gerne in die Gruppe von Herrn Daube und Herrn Fabert. Sie können die Anmeldung per E-Mail an: didaktik@math.uni-freiburg.de vornehmen. Bitte vergessen Sie dabei nicht, alle **wichtigen persönlichen Daten** (Adresse, Schule, Klassenstufe) anzugeben. Nach Eingang Ihrer Wünsche werden wir Ihnen jeweils aus ihren 4 Wunschgruppen **eine** 3-stündige und **eine** 1,5 Stunden dauernde Gruppe zuteilen. Das genaue Programm und Ihre zugeteilten Gruppen erhalten Sie auf dem Postweg bis Ende der großen Ferien. Dieses Programm mit Hinweisen für die Anmeldung steht auch auf der Homepage der Didaktik-Abteilung unter <http://home.mathematik.uni-freiburg.de/didaktik/infos.html>.

1. Dreistündige Gruppen (Freitag)

1.1 Prof. Dr. Wolke: Irrationalzahlen

Vor etwa 2400 Jahren entdeckte man in Griechenland, dass es Zahlen gibt, die sich nicht als Quotient ganzer Zahlen schreiben lassen – „Irrationalzahlen“. Beispiele sind $\sqrt{2}$, die Länge der Diagonalen im Einheitsquadrat, oder die „Goldene Schnitt“-Zahl $\frac{1}{2}(\sqrt{5}-1)$. Im Seminar sollen verschiedene Methoden zum Untersuchen der Irrationalität vorgestellt und gemeinsam erprobt werden. Die Wachstum-Zahl e erweist sich als leicht zugänglich. Zur Kreiszahl π ist bislang kein Beweis bekannt, der in diesem Rahmen behandelt werden könnte.

1.2 Frau Röttgen: Mathematik und Demokratie

Demokratische Entscheidungen sollen sich nach den Wünschen derer richten, die von ihnen betroffen sind. Die Erfahrung zeigt, dass es schwierig ist, die verschiedenartigen Wünsche der Einzelnen zu einer gemeinsamen Entscheidung zu bündeln. Bei einer Entscheidung über zwei Alternativen ist die einfache Mehrheit eine gute Methode. Aber schon wenn drei Individuen sich auf eine von drei Möglichkeiten einigen sollen, entstehen grundsätzliche Schwierigkeiten. Wir werden mathematische Modelle kennenlernen, die solche Situationen beschreiben, und aus denen sich interessante Beobachtungen ableiten lassen. So können wir etwa zeigen, dass sich ganz natürliche Forderungen an den Entscheidungsprozess gegenseitig ausschließen: Es gibt keinen Entscheidungsprozess, der alle diese natürlichen Forderungen erfüllt. Ähnliche Fragen sind auch in den Wirtschaftswissenschaften wichtig, und es hat dafür schon einige Nobelpreise gegeben.

1.3 Herr Emmerich: Das Banach-Tarski-Paradoxon

Im täglichen Leben ist uns der Begriff des Volumens und des Flächeninhalts intuitiv vertraut. Dass man etwa die genaue Wassermenge angeben kann, die eine Gießkanne fasst, wird niemand anzweifeln. Auf der mathematischen Seite geht man so vor: Die Fläche eines Rechtecks wird als Produkt der Seitenlängen definiert. Von dort kommt man zum Dreieck, und dann auch zu komplizierteren Figuren, etwa einem Kreis. Ähnlich kann man sich beim Volumen vorarbeiten. Bei beliebigen geometrischen Objekten ist es aber nicht mehr so klar, WIE man das Volumen ausrechnen kann, aber DASS es prinzipiell geht, glauben wir (wie bei der Gießkanne).

Auch die Mathematiker haben sich lange mit einem eher intuitiven Umgang mit den Begriffen Flächen- und Rauminhalt begnügt. Erst zu Beginn des 20. Jahrhunderts sahen sie die Notwendigkeit, sie zu präzisieren. Die Lösung dieses sogenannten Inhaltsproblems unterliegt jedoch grundsätzlichen Einschränkungen, wie das Paradoxon von Banach und Tarski 1924 eindrucksvoll zeigte. Danach lässt sich nicht jedem beliebigen Objekt im Raum ein Volumen zuordnen. Wir wollen dieses Paradoxon und die heutige mathematische Formulierung des Inhaltsbegriffs kennenlernen, und so einen Einblick in das Gebiet der sogenannten Maßtheorie gewinnen.

1.4 Herr Hörmann: Symmetrien

Symmetrien tauchen an den unterschiedlichsten Stellen in Mathematik, Physik, Biologie und weiteren Disziplinen auf. In der Mathematik finden wir Symmetrien von Flächen und Körpern in der Geometrie bis hin zu den 43.252.003.274.489.856.000 verschiedenen Symmetrien des Rubik's Cube, aber auch in der Algebra in Gleichungen wie $x^2+7x+9=0$ oder $x^4+x^2+x-1=0$ usw., die man gerne lösen würde (Verallgemeinerung der p-q-Formel?). Es ist keineswegs offensichtlich, wo hier überhaupt die Symmetrien sind! Diese bahnbrechende Entdeckung von Evariste Galois (1811-1832) ist eine der ganz großen in der Mathematikgeschichte. Seit er den Zusammenhang zwischen Symmetrien und eben diesen Gleichungen in der Nacht vor seinem tödlichen Duell im Alter von 21 Jahren niederschrieb, ist sein Name in der Mathematik allgegenwärtig. Ein eigenes Teilgebiet der Mathematik, nämlich die Gruppentheorie, beschäftigt sich ausschließlich mit Symmetrien. Wir können in diesem Workshop diese Verbindung nur streifen. Aber wir können einiges untersuchen: "Was ist eine Symmetriegruppe?", "Welche Arten von Symmetriegruppen gibt es?", "Welche Symmetriegruppen haben ein Würfel oder ein Tetraeder?"

1.5 Prof. Soergel: Verschlüsselung

Die Teilnehmer werden in vier Gruppen aufgeteilt und sollen lernen, wie sie mithilfe elementarer Zahlentheorie öffentlich geheime Nachrichten austauschen können. Am Nachmittag geht es dann darum, die Nachricht der jeweils anderen Gruppe zu entschlüsseln.

1.6 Herr Junker: Logeleien

In Zeitungen findet man oft kleine Logik-Rätsel wie etwa folgendes:

Drei Tatverdächtige, Meier, Müller und Schmidt werden verhört.

Meier behauptet, dass Müller der Täter ist und nicht Schmidt.

Müller sagt aus: "Wenn es Meier war, dann war auch Schmidt beteiligt."

Schmidt dagegen beschwört, der Täter sei nicht er, sondern Meier oder Müller oder beide.

Ist es möglich, dass alle die Wahrheit sagen? Wer war dann der Täter?

Ist es möglich, dass gerade der oder die Täter lügen, die andern aber

die Wahrheit sagen?

Mit Hilfe der Aussagenlogik wollen wir solche Rätsel systematisch lösen.

1.7 Christoph Gerhart/Dominik Stich: Einblicke in die faszinierende Welt des Zufalls

In unserem Workshop wollen wir verschiedene Aspekte der

Wahrscheinlichkeitstheorie anhand unterschiedlicher Probleme kennen

lernen. Zum Beispiel werden wir erklären, wie man die Population eines

Fischteichs schätzen kann. Außerdem werden wir die Zahl π mit Hilfe von

Zufallsexperimenten näherungsweise bestimmen. Schließlich wollen wir den

Begriff der Markovkette vorstellen und damit die sogenannte "Kain und

Abel" Aufgabe lösen.

2. 1,5-stündige Gruppen (Samstag):

2.1 Herr Daube: Optimale Routenplanung bei der Müllabfuhr

Die Kosten für Müllabfuhr und Müllfahrzeuge steigen stetig. Der Wunsch, Kosten zu reduzieren, wirft die Frage nach der Optimierung der Fahrroute eines jeden Müllautos auf. In diesem Workshop werden wir das Problem der optimalen Routenplanung mathematisch modellieren. Das erlaubt uns zunächst der Frage nachzugehen, was eigentlich eine optimale Route ist, um dann eine solche zu bestimmen. Die entwickelten Methoden liefern weitere Anwendungsmöglichkeiten: Verwandte Fragestellungen wie zum Beispiel die Minimierung der Weglänge der Route eines Postboten oder der Fahrtwege von Speditionsfahrzeugen, lassen sich ebenfalls mit ihrer Hilfe behandeln. Auch die Frage nach einem Museumsrundgang, so dass alle ausgestellten Exponate einmal betrachtet werden können, lässt sich beantworten.

2.2 Herr Dr. Fabert: Knotentheorie

Wann sind zwei Knoten gleich? Dies ist die Kernfrage der

sogenannten Knotentheorie, die zugleich ein klassisches wie

hochmodernes Forschungsgebiet der Mathematik ist. Nach

einer präzisen mathematischen Formulierung der obigen Frage

werden wir in einfachen Beispielen versuchen, die Antwort

zu finden. Dabei werden wir sehen, dass es viel einfacher

ist zu zeigen, dass zwei Knoten gleich sind, als zu zeigen,

dass sie verschieden sind. Um zu zeigen, dass es wirklich

nicht-triviale Knoten gibt, werden wir die Färbbarkeit von

Knoten diskutieren.