

# 10. ÜBUNGSBLATT

## DIFFERENTIALTOPOLOGIE

IM SS 2018 BEI PROF. DR. S. GOETTE

*Abgabe Freitag, den 6.7.18  
10 Uhr (vor der Vorlesung)*

*Bitte schreiben Sie Ihren Namen auf Ihre  
Abgabe*

### Ausgabe 1

Zeigen Sie Exaktheit der Mayer-Vietoris-Sequenz 3.41 an mindestens einer der drei Stellen.

### Ausgabe 2

Die Aufspaltung  $\mathbb{C}^{n+1} = \mathbb{C}^{k+1} \oplus \mathbb{C}^{n-k}$  liefert zwei Untermannigfaltigkeiten  $\mathbb{C}P^k$  und  $\mathbb{C}P^{n-k-1}$  von  $\mathbb{C}P^n$ . Zeigen Sie:

- (a) Diese Untermannigfaltigkeiten sind disjunkt.
- (b)  $\mathbb{C}P^{n-k-1}$  ist Deformationsretrakt von  $\mathbb{C}P^n \setminus \mathbb{C}P^k$  und umgekehrt.
- (c) Sei  $k = 0$ , dann ist  $\mathbb{C}P^n \setminus (\mathbb{C}P^0 \cup \mathbb{C}P^{n-1})$  homotopieäquivalent zu  $S^{2n-1}$ .

### Ausgabe 3

Beweisen Sie mit Hilfe von Aufgabe 2 induktiv, dass

$$H_{\text{dR}}^k(\mathbb{C}P^n) = \begin{cases} \mathbb{R} & \text{falls } k \text{ gerade ist und } 0 \leq k \leq 2n, \text{ und} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Benutzen Sie dazu nur die Eilenberg-Steenrod-Axiome und Folgerungen daraus (wie in Beispiel 3.43).

### Ausgabe 4

Berechnen Sie wie in Beispiel 3.23 (1) die de Rham Kohomologie  $H_{\text{dR},0}^\bullet(\mathbb{R})$  mit kompaktem Träger der reellen Geraden.