3. Übungsblatt
Differentialtopologie
im SS 2018 bei Prof. Dr. S. Goette

Abgabe Freitag, den 11.5.18 10 Uhr (also vor der Vorlesung)

Bitte schreiben Sie Ihren Namen auf Ihre Abgabe

Ausgabe 1

Zeigen Sie, dass das Produkt zweier Mannigfaltigkeiten wiederum eine Mannigfaltigkeit ist.

Ausgabe 2

Gegeben seien jeweils zwei Untermannigfaltigkeiten

$$M = \{\, (x,y,z) \mid z = xy \,\}\,, \qquad N = \{\, (x,y,z) \mid z = 0 \,\} \qquad \subset \mathbb{R}^3\,, \tag{a}$$

$$M = \{\, (x,y,z) \mid z = 0 \,\}\,, \qquad N = \{\, (x,y,z) \mid x^2 + y^2 = z \,\} \qquad \subset \mathbb{R}^3\,. \tag{b}$$

Bestimmen Sie jeweils $M \cap N$. Sind M und N im umgebenden Raum transversal zueinander?

Ausgabe 3

Es sei $F : M \to N$ eine Abbildung zwischen Mannigfaltigkeiten mit den Dimensionen $\dim(M) = m < n = \dim(N)$. Diese Abbildung sei Hölder-stetig mit dem Koeffzienten $\alpha > \frac{m}{n}$, Zeigen sie, dass das Bild $\mathrm{im}(F)$ in N eine Nullmenge ist.

Ausgabe 4

Es seien $\pi_M : M \times N \to M$ und $\pi_N : M \times N \to N$ die Projektionen auf die jeweilig ersten und zweiten Komponenten.

Zeigen Sie, dass wenn $\phi_M \colon L \to M$ und $\phi_N \colon L \to N$ differenzierbare Abbildungen sind, dann existiert eine differenzierbare Abbildung $f \colon L \to M \times N$, sodass $\phi_M = \pi_M \circ f$ und $\phi_N = \pi_N \circ f$ gilt.