Prof. Dr. Sebastian Goette
Jonas Schnitzer

http://home.mathematik.uni-freiburg.de/geometrie/lehre/ss2020/AT2/

4. Übungsblatt

Abgabetermin 11.6.2020

Bitte schreiben Sie Ihren Namen und die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf Ihr Blatt.
Jede Aufgabe wird mit 4 Punkten bewertet. Sofern nicht anders angegeben werden die Punkte gleichmäßig auf die Teilaufgaben verteilt.
Die Abgabe erfolgt per E-Mail als Scan oder in TEX an jonas.schnitzer@math.uni-freiburg.de bis donnerstags um 10 Uhr.

Aufgabe 4.1 Wir fassen $A = \mathbb{Z}/n$ als $\mathbb{Z}$-Modul auf. Es sei MA_k der Moore-Raum und $f\colon MA_k \to \mathbb{S}^{k+1}$ die Kollaps-Abbildung aus Übung 3.1.

i.) Geben Sie die Koeffzientensequenzen für $\mathsf{H}_{k+1}(MA_k; A)$ und $\mathsf{H}_{k+1}(\mathbb{S}^{k+1}; A)$ aus Satz 5.71 an, und stellen Sie die von f induzierte Sequenzabbildung in einem kommutativen Diagramm dar.

ii.) Überprüfen Sie, dass beide Koeffzientensequenzen spalten, und dass die Spaltung nicht natürlich sind.

iii.) Folgern Sie, dass die Spaltung der Künneth-Sequenz in Folgerung 5.83 ebenfalls nicht natürlich sein kann.

Aufgabe 4.2 Präzisieren Sie die Aussage, dass der in Proposition 5.78 konstruierte Isomorphismus

$$(\tilde{\mathsf{C}}^{\mathrm{CW}}_\bullet(X \wedge Y; R), \mathrm{d}^{\mathrm{CW}}_\bullet) \xrightarrow{\cong} (\tilde{\mathsf{C}}^{\mathrm{CW}}_\bullet(X; R), \mathrm{d}^{\mathrm{CW}}_\bullet) \otimes (\tilde{\mathsf{C}}^{\mathrm{CW}}_\bullet(Y; R), \mathrm{d}^{\mathrm{CW}}_\bullet)$$

natürlich ist, und beweisen Sie sie.

Aufgabe 4.3 Wir wollen I^n als CW-Komplex mit $\binom{n}{k}2^{n-k}$ Zellen der Dimension k darstellen. Wir orientieren $I^n \subseteq \mathbb{R}^n$ mit der Standardbasis, und wir orientieren die Rand-Hyperflächen von I^n durch solche Basen des tangentialen $(n-1)$-dimensionalen Vektorraums, dass Voranstellen des äußeren Normalenvektors wieder eine positiv orientierte Basis des $\mathbb{R}^n$ liefert.

i.) Beschreiben Sie den zellulären Rand der n-Zelle von I^n.

ii.) Betrachten Sie jetzt $I^m \times I^n = I^{m+n}$ überprüfen Sie, dass sich der Rand der $(m+n)$-Zelle wie in Proposition 5.78 verhält.

Aufgabe 4.4 Beweisen Sie die Exaktheit der Mayer-Vietoris-Sequenz 6.3 für Kohomologie- Funktoren.