Algebraische Topologie II
Sommersemester 2020

Prof. Dr. Sebastian Goette
Jonas Schnitzer

http://home.mathematik.uni-freiburg.de/geometrie/lehre/ss2020/AT2/

9. Übungsblatt

Abgabetermin 17.7.2020

Bitte schreiben Sie Ihren Namen und die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf Ihr Blatt.
Jede Aufgabe wird mit 4 Punkten bewertet. Sofern nicht anders angegeben werden die Punkte gleichmäßig auf die Teilaufgaben verteilt.
Die Abgabe erfolgt per E-Mail als Scan oder in TEX an jonas.schnitzer@math.uni-freiburg.de bis donnerstags um 10 Uhr.

Aufgabe 9.1 eien $V \to X$, $W \to Y$ Euklidische Vektorbündel. Zeigen Sie:

i.) Eine Abbildung Euklidischer Vektorbündel $V \to W$ induziert eine Abbildung von Thom-Räumen $MV \to MW$.

ii.) $V \times W \to X \times Y$ ist ein Euklidisches Vektorbündel mit Thom-Raum $MV \wedge MW$.

Aufgabe 9.2 Es sei N eine Mannigfaltigkeit mit Untermannigfaltigkeiten M_0, M_1. Zeigen Sie:

i.) Die Diagonalabbildung $\Delta \colon N \to N \times N$ ist genau dann transversal zu $M_0 \times M_1 \subset N \times N$, wenn M_0 zu M_1 transversal ist.

ii.) In jedem Fall gilt $\Delta^{-1}(M_0 \times M_1) = M_0 \cap M_1$.

Aufgabe 9.3 Beweisen Sie die folgende Aussagen über kofinale Unterspektren.

i.) Es sei $\mathbb{U} \subseteq \mathbb{V}$ kofinal und $\mathbb{V} \subseteq \mathbb{E}$ kofinal, dann ist auch $\mathbb{U} \subseteq \mathbb{E}$ kofinal.

ii.) Es sei $\mathbb{U} \subseteq \mathbb{E}$ kofinal und $\mathbb{V} \subseteq \mathbb{E}$ ein Unterspektrum, dann ist $\mathbb{U} \cap \mathbb{V} \subseteq \mathbb{V}$ kofinal.

iii.) Es sei $\mathbb{V} \subset \mathbb{F}$ kofinal und $\mathbf{f} \colon \mathbb{E} \to \mathbb{F}$ eine strikte Abbildung, dann enthält $\mathbf{f}^{-1}(\mathbb{V})$ ein kofinales Unterspektrum von $\mathbb{E}$.

Aufgabe 9.4 *i.)* Es seien $f, g \colon \mathbb{E} \to \mathbb{F}$ Abbildungen. Erklären Sie Definition 7.3 in Termen strikter Abbildungen auf kofinalen Unterspektren.

ii.) Zeigen Sie in dieser Sprache, dass Homotopie auf Abbildungen eine Äquivalenzrelation definiert.

iii.) Zeigen Sie in dieser Sprache, dass Verkettung von Abbildungen mit Homotopie verträglich ist.

Aufgabe 9.5 (**Zusatzaufgabe**) Versuchen Sie, für die äußeren Produkte von (Ko-) Bordismusklassen Eigenschaften wie in Proposition 6.21 herzuleiten. Welche Forderungen ergeben sich daraus an die Abbildungen $MB_k \times MB_\ell \to MB_{k+\ell}$?