

2. ÜBUNGSBLATT zur Vorlesung Analysis I im Wintersemester 2021/22 bei Prof. Dr. S. Goette

Bitte schreiben Sie Ihren Namen sowie die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf Ihre Lösung. Jede Aufgabe wird mit 4 Punkten bewertet und wenn nicht anders angegeben gleichmäßig auf die Teilaufgaben verteilt. Abgabe ist am Mittwoch, den 3.11.

Aufgabe 1 (4 Punkte) 1. Es seien L, M, N Mengen, und $f: M \rightarrow N, g: L \rightarrow M$ Abbildungen. Wir definieren eine Abbildung $f \circ g: L \rightarrow N$ durch $(f \circ g)(\ell) = f(g(\ell)) \in N$. Zeigen Sie:

- (a) Wenn $f \circ g$ injektiv ist, ist g injektiv.
- (b) Wenn $f \circ g$ surjektiv ist, ist f surjektiv.

Aufgabe 2 (4 Punkte) Es seien M und N endliche Mengen mit $\#M = m$ und $\#N = n$. Beweisen Sie durch vollständige Induktion über n , dass

$$\#M + \#N = \#(M \cup N) + \#(M \cap N).$$

Aufgabe 3 (4 Punkte=1+2+1 Punkte) Es sei M eine Menge und $F: M \rightarrow \mathcal{P}(M)$ eine beliebige Abbildung. Wir definieren

$$A := \{x \in M \mid x \notin F(x)\}.$$

- (a) Führen Sie die Aussage $\exists y \in M F(y) = A$ zu einem Widerspruch.
- (b) Es sei M endlich mit $\#M = n$. Zeigen Sie durch Induktion, dass $\#\mathcal{P}(M) = 2^n$.
- (c) Folgern Sie, dass $2^n > n$ für alle $n \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 4 (4 Punkte) Beschreiben Sie explizit, wo der Fehler in folgender Behauptung liegt und welche Teile des „Beweises“ korrekt sind.

Satz: Alle Pferde haben die gleiche Farbe. Beweis durch Induktion:

1. *Induktionsanfang:* Es gibt nur ein Pferd, daher haben alle Pferde die gleiche Farbe

2. *Induktionsschritt:* Als Induktionsvoraussetzung nehmen wir nun an, dass in einer Gruppe von n Pferden alle Pferde stets die gleiche Farbe haben. Nun müssen wir zeigen, dass in einer Gruppe von $n + 1$ Pferden alle die gleiche Farbe haben. Dafür lassen wir eines unserer $n + 1$ Pferde weg. Nach Induktionsvoraussetzung haben die restlichen n Pferde die gleiche Farbe. Wir müssen also nur noch zeigen, dass das letzte Pferd die gleiche Farbe hat, wie die anderen n Pferde. Dafür tauschen wir das bisher nicht betrachtete Pferd mit einem der n Pferde aus. Es handelt sich also wieder um eine Menge von n Pferden, bei denen alle nach Induktionsvoraussetzung die gleiche Farbe haben. Da das Pferd, das jetzt nicht betrachtet wird, aber bereits die gleiche Farbe hat, wie die n Pferde, die betrachtet werden, müssen nun alle Pferde die gleiche Farbe haben.

Erstsemester-Hütte

Bald ist es endlich wieder soweit und es geht auf die Erstihütte. Alles, was ihr dazu wissen müsst, erfahrt ihr hier:

Wann geht's los?

Am Freitag, den **03.12.** und zurück kommen wir am Sonntag, den **05.12.21**

ca. 9 Uhr für die Wanderung zur Hütte

ca. 14 Uhr für alle Anderen

Wo geht es eigentlich hin?

Wir fahren ins Dekan-Strohmeier-Haus im Münstertal im Schwarzwald

Was tut man eigentlich auf so einer Hütte?

Sich entspannen, Mitstudenten:innen kennenlernen, an lustigen Workshops teilnehmen, Spiele spielen, lecker essen, ...

Und Corona?

Wir haben uns dazu entschlossen, die Hütte als 2G Veranstaltung stattfinden zu lassen, denn 2G entspannt die Situation vor Ort, wie z.B. die Maskenpflicht.

2G bedeutet, dass ihr entweder geimpft oder genesen sein müsst.

Und was kostet das?

40 Euro, die nach einer bestätigten Anmeldung abgegeben werden müssen.

Was für eine Anmeldung?

Am Dienstag, den 09. November, könnt ihr euch **ab 11.00 Uhr mit einer Email an erstihuette@googlemail.com** verbindlich anmelden. Achtung: „first come first serve“-Prinzip und nur vollständige Anmeldungen (mit allen geforderten Informationen) werden akzeptiert. Erhaltet ihr eine Bestätigung bis spätestens Mittwoch, müsst ihr **die 40 Euro am Donnerstag, 11. November, um 10 Uhr vor dem Fachschaftsraum abgeben, sowie 2G nachweisen**. Sollte keine Bezahlung in eurem Namen eingehen, wird euer Platz wieder freigegeben. Die 40 € sind **nicht kostendeckend**, das heißt, wenn ihr doch nicht kommt, können wir euch das Geld leider nicht zurückerstatten. Die bestätigte bezahlte Anmeldung ist also **verbindlich!**

Bei der Anmeldung brauchen wir von euch folgende Infos:

- Name und Geburtsdatum, E-Mail!
- Habt ihr ein Semesterticket?
- Könnt ihr ein Auto zur Verfügung stellen?
- Seid ihr Vegetarier:in o.ä. oder habt ihr Allergien, Unverträglichkeiten, ...?
- Bringt ihr einen Kuchen mit?
- Wollt ihr zur Hütte wandern?
- Seid ihr beim Zeitpunkt der Hütte unter 18 Jahre?

Und mein Mathe-Zettel?

Die Erfahrung hat gezeigt, dass dafür immer genug Zeit blieb und da noch viele ältere Mathestudent:innen mitfahren, könnt ihr bestimmt auch den einen oder anderen Tipp bekommen...

Wenn ihr noch Fragen habt, dann mailt uns an erstihuette@googlemail.com
Jana, Nathalie, AnSo und die Mathefachschaft