Poissongeometrie und Deformationsquantisierung Dr. Jonas Schnitzer
Wintersemester 2022/2023

https://home.mathematik.uni-freiburg.de/geometrie/lehre/ws2022/DQ/

11. Übungsblatt

Abgabetermin 16.1.2023

Übung 11.1 (5 Punkte) Zeigen Sie Korollar 3.1.2 .

Übung 11.2 (5 Punkte) Zeigen Sie Theorem 3.1.4 (b) in dem Sie ein Induktion über die Ordung des Differentialoperators durchführen.

Übung 11.3 (5 Punkte) Es sei $\mathscr{A}$ eine kommutative Algebra über $\mathbb{k} \supset \mathbb{Q}$, es seien $\{D_i\}_{1\leq i\leq k}$ paarweise kommutierende Derivationen von $\mathscr{A}$ und es sei $\pi^{ij} \in \mathbb{k}$ für $1 \leq i, j \leq k$. Zeigen Sie, dass

$$a \star b := \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\hbar^k}{2^k} \pi^{i_1 j_1} \cdots \pi^{i_k j_k} D_{i_1} \cdots D_{i_k}(a) D_{j_1} \cdots D_{j_k}(b)$$

ein assoziatives Produkt auf $\mathcal{A}[[\hbar]]$ definiert. (vgl. Beispiel 3.2.3)

Übung 11.4 (5 Punkte) Es sei $D \in \mathrm{DiffOp}(M)^{(n)}$ ein Differentialoperator. Zeigen Sie, dass der in einer lokalen Karte (U, x) gegebene symmetrische Tensor

$$\sigma(D)\big|_U = \frac{1}{n!} D_{U,n}^{i_1\cdots i_n} \frac{\partial}{\partial x^{i_1}} \vee \cdots \vee \frac{\partial}{\partial x^{i_n}}$$

kartenunbahängig ist, wobei hier

$$D_U = \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!} D_{U,k}^{i_1\cdots i_k} \frac{\partial^k}{\partial x^{i_1} \cdots \partial x^{i_k}}.$$

Der Tensor $\sigma(D) \in \Gamma^\infty(\mathrm{S}^n TM)$ heißt Symbol von D.