

Übungen zur Elementargeometrie – Blatt 7

Aufgabe 1. Zeigen Sie: Gegeben ein reeller affiner euklidischer Raum E und darin eine affine Hyperbene $H \subset E$ gibt es genau eine Isometrie $s : E \rightarrow E$ mit unserer Hyperbene als Fixpunktmenge, in Formeln mit $H = E^s$.

Aufgabe 2. Zwischen je zwei euklidischen Räumen derselben Dimension gibt es einen affinen isometrischen Isomorphismus.

Aufgabe 3. Man betrachte die komplexe Zahlenebene als affinen euklidischen Raum und betrachte die Drehung d mit Fixpunkt $p \in \mathbb{C}$ im gegen Uhrzeigersinn um den rechten Winkel, in Formeln gegeben durch $d : p + z \mapsto p + iz$. Man schreibe für einen beliebigen Richtungsvektor $w \in \mathbb{C}$ die Verknüpfung $(w+) \circ d$ wieder als eine Drehung. Was ist der Fixpunkt dieser Drehung? Begründen Sie Ihren Antwort.

Aufgabe 4. Man zeige, daß sich jede Isometrie einer reellen euklidischen Ebene als Verknüpfung von einer, zwei oder drei Spiegelungen darstellen läßt.