

Mathematische Logik
Blatt 2
Abgabe: 14.05.2019 10 Uhr
Gruppennummer angeben!

Aufgabe 1 (6 Punkte).

Beschreibe vollständig alle (induzierten Funktionen der) Terme in n Variablen bezüglich der Struktur mit Universum \mathbb{R} in der leeren Sprache sowie der Struktur $(\mathbb{R}, 1, +, -)$ und der Struktur $(\mathbb{R}, +, -, \cdot)$.

Aufgabe 2 (4 Punkte).

- (a) Beschreibe die von der Menge \mathbb{N} erzeugte Unterstruktur der Struktur \mathbb{R} in der leeren Sprache. Ist die davon erzeugte Unterstruktur endlich erzeugt?
- (b) Beschreibe die von \mathbb{N} erzeugte Unterstruktur der Struktur $(\mathbb{R}, 0, 1, +, -, \cdot)$. Ist die davon erzeugte Unterstruktur endlich erzeugt?

Aufgabe 3 (6 Punkte).

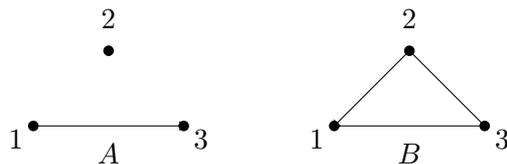
- (a) Sei F eine Einbettung der \mathcal{L} -Struktur \mathcal{A} in die \mathcal{L} -Struktur \mathcal{B} . Wir nehmen an, dass die Sprache \mathcal{L} ein 2-stelliges Relationszeichen E enthält, so dass $E^{\mathcal{A}}$ eine Äquivalenzrelation auf A definiert. Zeige, dass $E^{\mathcal{B}}$ eine Äquivalenzrelation auf der Teilmenge $F(A)$ von B definiert.
- (b) Sei nun $\mathcal{L} = \{E\}$ und \mathcal{A} die abzählbare \mathcal{L} -Struktur mit unendlich vielen unendlichen $E^{\mathcal{A}}$ -Äquivalenzklassen und genau einer endlichen Äquivalenzklasse, nämlich mit Mächtigkeit 2. Des Weiteren sei \mathcal{B} die abzählbare \mathcal{L} -Struktur mit unendlich vielen unendlichen $E^{\mathcal{B}}$ -Äquivalenzklassen und genau zwei endlichen Äquivalenzklassen, beide mit Mächtigkeit 2. Zeige, dass \mathcal{A} und \mathcal{B} sich jeweils ineinander einbetten lassen. Sind \mathcal{A} und \mathcal{B} isomorph?

Aufgabe 4 (4 Punkte).

Ein *Graph* (V, E) ist eine nichtleere Menge V von *Punkten* zusammen mit einer Menge E , welche aus 2-elementigen Teilmengen von V (oder *Kanten*) besteht. Ein Teilgraph von (V, E) ist ein Graph (V', E') derart, dass $V' \subset V$ und $E' \subset E$.

Jeder Graph kann als Struktur in der Sprache mit einem zweistelligen Relationszeichen R betrachtet werden.

- (a) Zeige, dass jede Unterstruktur (in der Graphensprache) eines Graphen ein Teilgraph ist.
- (b) Ist A ein Teilgraph von B ? Ist die vom Graph A induzierte Struktur eine Unterstruktur von der vom Graph B induzierten Struktur?



DIE ÜBUNGSBLÄTTER KÖNNEN ZU ZWEIT EINGEREICHT WERDEN. ABGABE DER ÜBUNGSBLÄTTER IN DEN (MIT DEN NUMMERN DER ÜBUNGSGRUPPEN GEKENNZEICHNETEN) FÄCHERN IM KELLER DES MATHEMATISCHEN INSTITUTS.