

**Mathematische Logik**  
Blatt 2  
Abgabe: 14.05.2019 10 Uhr  
**Gruppennummer angeben!**

**Aufgabe 1** (6 Punkte).

Beschreibe vollständig alle (induzierten Funktionen der) Terme in  $n$  Variablen bezüglich der Struktur mit Universum  $\mathbb{R}$  in der leeren Sprache sowie der Struktur  $(\mathbb{R}, 1, +, -)$  und der Struktur  $(\mathbb{R}, +, -, \cdot)$ .

**Aufgabe 2** (4 Punkte).

- (a) Beschreibe die von der Menge  $\mathbb{N}$  erzeugte Unterstruktur der Struktur  $\mathbb{R}$  in der leeren Sprache. Ist die davon erzeugte Unterstruktur endlich erzeugt?
- (b) Beschreibe die von  $\mathbb{N}$  erzeugte Unterstruktur der Struktur  $(\mathbb{R}, 0, 1, +, -, \cdot)$ . Ist die davon erzeugte Unterstruktur endlich erzeugt?

**Aufgabe 3** (6 Punkte).

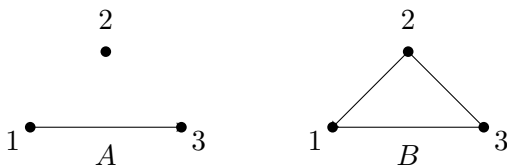
- (a) Sei  $F$  eine Einbettung der  $\mathcal{L}$ -Struktur  $\mathcal{A}$  in die  $\mathcal{L}$ -Struktur  $\mathcal{B}$ . Wir nehmen an, dass die Sprache  $\mathcal{L}$  ein 2-stelliges Relationszeichen  $E$  enthält, so dass  $E^{\mathcal{A}}$  eine Äquivalenzrelation auf  $A$  definiert. Zeige, dass  $E^{\mathcal{B}}$  eine Äquivalenzrelation auf der Teilmenge  $F(A)$  von  $B$  definiert.
- (b) Sei nun  $\mathcal{L} = \{E\}$  und  $\mathcal{A}$  die abzählbare  $\mathcal{L}$ -Struktur mit unendlich vielen unendlichen  $E^{\mathcal{A}}$ -Äquivalenzklassen und genau einer endlichen Äquivalenzklasse, nämlich mit Mächtigkeit 2. Des Weiteren sei  $\mathcal{B}$  die abzählbare  $\mathcal{L}$ -Struktur mit unendlich vielen unendlichen  $E^{\mathcal{B}}$ -Äquivalenzklassen und genau zwei endlichen Äquivalenzklassen, beide mit Mächtigkeit 2. Zeige, dass  $\mathcal{A}$  und  $\mathcal{B}$  sich jeweils ineinander einbetten lassen. Sind  $\mathcal{A}$  und  $\mathcal{B}$  isomorph?

**Aufgabe 4** (4 Punkte).

Ein *Graph*  $(V, E)$  ist eine nichtleere Menge  $V$  von *Punkten* zusammen mit einer Menge  $E$ , welche aus 2-elementigen Teilmengen von  $V$  (oder *Kanten*) besteht. Ein Teilgraph von  $(V, E)$  ist ein Graph  $(V', E')$  derart, dass  $V' \subset V$  und  $E' \subset E$ .

Jeder Graph kann als Struktur in der Sprache mit einem zweistelligen Relationszeichen  $R$  betrachtet werden.

- (a) Zeige, dass jede Unterstruktur (in der Graphensprache) eines Graphen ein Teilgraph ist.
- (b) Ist  $A$  ein Teilgraph von  $B$ ? Ist die vom Graph  $A$  induzierte Struktur eine Unterstruktur von der vom Graph  $B$  induzierten Struktur?



---

DIE ÜBUNGSBLÄTTER KÖNNEN ZU ZWEIT EINGEREICHT WERDEN. ABGABE DER ÜBUNGSBLÄTTER IN DEN (MIT DEN NUMMERN DER ÜBUNGSGRUPPEN GEKENNZEICHNETEN) FÄCHERN IM KELLER DES MATHEMATISCHEN INSTITUTS.