Prof. Amador Martin-Pizarro
Übungen: Michael Lösch

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Wintersemester 2019/2020

Logik für Studierende der Informatik
Blatt 11
Abgabe: 29.01.2020, 14 Uhr
Gruppennummer angeben!

Aufgabe 1 (5 Punkte)**.**

(a) Sei $g : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ eine rekursive Funktion mit unendlichem Bildbereich. Zeige, dass es eine rekursive streng monoton steigende Funktion $h : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ derart gibt, dass $h(\mathbb{N}) \subset g(\mathbb{N})$.

(b) Schließe daraus, dass jede rekursiv aufzählbare unendliche Teilmenge A von $\mathbb{N}$ eine rekursive unendliche Teilmenge $B \subset A$ besitzt.

HINWEIS: Blatt 10.

Aufgabe 2 (5 Punkte)**.**

Eine Teilmenge A von $\mathbb{N}$ ist *einfach*, falls A rekursiv aufzählbar ist, unendliches Komplement besitzt aber keine unendliche Teilmenge des Komplements von A rekursiv aufzählbar ist.
Sei A eine einfache Menge und setze

$$B = \{n \in \mathbb{N} \mid n + 1 \in A\}.$$

Ist B rekursiv?

Aufgabe 3 (4 Punkte)**.**

Seien A und B disjunkte rekursiv aufzählbare Teilmengen von $\mathbb{N}^k$ derart, dass $A \cup B$ rekursiv ist. Zeige, dass A und B beide rekursiv sind.

Aufgabe 4 (6 Punkte)**.**

(a) Für k aus $\mathbb{N}$ sei A die Menge von Tupeln $(a_0, \ldots, a_k)$ aus $\mathbb{N}^{k+1}$ derart, dass $a_0 \cdot a_k \neq 0$ und das Polynom $P(T) = \sum_{i=0}^{k} a_i T^i$ eine Nullstelle in $\mathbb{Z}$ besitzt. Zeige, dass A rekursiv aufzählbar ist.
HINWEIS: Untersuche zuerst den Fall, dass die Nullstelle in $\mathbb{N}$ liegt.

(b) Ist A rekursiv?

HINWEIS: Wenn x Nullstelle vom Polynom $P(T)$ ist, was ist $\sum_{i>0} a_i x^{i-1}$?

Die Übungsblätter müssen zu zweit eingereicht werden. Abgabe der Übungsblätter in den (mit den Nummern der Übungsgruppen gekennzeichneten) Fächern im EG des Gebäudes 51.