Prof. Amador Martin-Pizarro
Übungen: Michael Lösch

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Wintersemester 2019/2020

Logik für Studierende der Informatik

Blatt 6

Abgabe: 11.12.2019, 14 Uhr

Gruppennummer angeben!

Aufgabe 1 (8 Punkte)**.**

Leite die folgenden Formeln aus dem Hilbertkalkül für die Sprache $\mathcal{L}$, welche aus dem einstelligen Funktionszeichen f besteht, ab.

(a) $\Big((\forall x\varphi \wedge \psi) \to \forall x(\varphi \wedge \psi)\Big)$, falls x nicht frei in ψ vorkommt.

(b) $\Big(\forall x\forall y\big(f(x) \doteq f(y)\big) \to \exists z\forall u\big(z \doteq f(u)\big)\Big)$.

(c) $\Big(\exists x\forall y\big(x \doteq f(y)\big) \to \forall z\forall u\big(f(z) \doteq f(u)\big)\Big)$.

(d) $\Big(\exists x\exists y\neg\big(f(x) \doteq f(y)\big) \to \exists u\exists z\neg\big(u \doteq f(z)\big)\Big)$.

Aufgabe 2 (6 Punkte)**.**

Sei $\mathcal{L}$ die Sprache, welche aus den zwei einstelligen Relationszeichen P und Q besteht.

(a) Gib eine Theorie T an, deren Modelle genau die $\mathcal{L}$-Strukturen $\mathcal{A}$ sind, in welchen die Teilmengen $P^{\mathcal{A}}$ und $Q^{\mathcal{A}}$ unendlich und disjunkt sind.

(b) Ist T widerspruchsfrei?

(c) Ist T vollständig?

Aufgabe 3 (6 Punkte)**.**

In der Sprache $\mathcal{L}$ sei T eine Theorie sowie χ, θ_1 und θ_2 Aussagen derart, dass $(\theta_1 \to \theta_2)$ aus $T \cup \{\chi\}$ beweisbar ist.

(a) Zeige, dass $T \cup \{(\neg\theta_2 \wedge \chi)\} \models \neg\theta_1$.

(b) Zeige ohne den Vollständigkeitssatz zu benutzen, dass $T \cup \{(\neg\theta_2 \wedge \chi)\} \vdash \neg\theta_1$.

Die Übungsblätter müssen zu zweit eingereicht werden. Abgabe der Übungsblätter in den (mit den Nummern der Übungsgruppen gekennzeichneten) Fächern im EG des Gebäudes 51.