Abteilung für Mathematische Logik
Prof. Dr. Heike Mildenberger
Übungen: Dr. Giorgio Laguzzi

Rekursionstheorie

Sommersemester 2019
Blatt 8, 01.07.2019

1. (4 Punkte) Sei $\{A_y\}_{y\in\omega}$ eine unendliche Folge von Mengen. Wir definieren

$$\oplus_y A_y := \{\langle x, y\rangle : x \in A_y \wedge y \in \omega\}.$$

   Zeigen Sie: Wenn es eine Menge C und eine rekursive Funktion f gibt, so dass $A_y = \phi^C_{f(y)}$ für alle y, dann ist $\oplus_y A_y \leq_T C$.

2. (4 Punkte) Für zwei r.e. Mengen A, B definieren wir die $D := A \setminus B$. Mengen dieser Art heißen *Differenz von r.e.* Mengen (d.r.e.).

   Seien D, D' d.r.e. Mengen. Ist $D \cap D'$ eine d.r.e. Menge?

3. (4 Punkte) Sei $\varepsilon := \{A \subseteq \omega : A \text{ ist r.e.}\}$ und sei $\mathscr{B}$ die von ε erzeugte boolesche Algebra, i.e. $\mathscr{B}$ so dass:

   - $A \in \varepsilon \Rightarrow A \in \mathscr{B}$
   - $A, B \in \varepsilon \Rightarrow A \cup B \in \mathscr{B} \wedge A \cap B \in \mathscr{B}$
   - $A \in \mathscr{B} \Rightarrow \omega \setminus A \in \mathscr{B}$.

   Zeigen Sie:

   (a) $A \in \mathscr{B}$ genau dann, wenn A eine endliche Vereinigung von d.r.e. Mengen ist.

   (b) Es gibt $A \leq_T K$ so dass $A \in \mathscr{B}$.