Dozentin: Prof. Dr. Heike Mildenberger
Assistent: M.Sc. Christian Bräuninger

BLATT 10

(12.7.2022)

Aufgabe 1 (4 Punkte)**.**

a) Zeigen Sie, dass die Projektion $\pi_{S^n(V)} : V^n \to S^n(V)$ symmetrisch ist.

b) Zeigen Sie, dass die Projektion $\pi_{\bigwedge^n(V)} : V^n \to \bigwedge^n(V)$ alternierend ist.

Aufgabe 2 (8 Punkte)**.** Es sei V ein n-dimensionaler Vektorraum und $p \geq 1$. Geben Sie eine Basis von $S^p(V)$ an und bestimmen Sie so die Dimension von $S^p(V)$.

Hinweis: Betrachten Sie die Menge

$$n^{\uparrow p} = \{f : \{1, \dots, p\} \to \{1, \dots, n\} \mid \forall i < p : \ f(i) \leq f(i+1)\}.$$

Können Sie Elemente e_f für $f \in n^{\uparrow p}$ definieren, sodass diese ein Erzeugendensystem oder schon eine Basis bilden?

Aufgabe 3 (4 Punkte)**.** Es seien A und B zwei affine Räume.

a) Zeigen Sie, dass das kartesische Produkt $A \times B$ ein affiner Raum ist.

b) Es seien $P_1, P_2 \in A$ und $Q_1, Q_2 \in B$. Zeigen Sie die folgende baryzentrische Beziehung:

$$(P_1, Q_1) + \overrightarrow{(P_1, Q_1)(P_1, Q_2)} + \overrightarrow{(P_1, Q_1)(P_2, Q_1)} = (P_2, Q_2).$$

Abgabe per Ilias oder in den (richtigen) Übungsaufgaben-Briefkasten im Keller der Ernst-Zermelo-Str.1 mit Namen und Nummer der Übungsgruppe bis Dienstag 19.07.2022, 12 Uhr.