Dozentin: Prof. Dr. Heike Mildenberger
Assistent: M.Sc. Christian Bräuninger

BLATT 5

(16.5.2023)

Aufgabe 1. Es seien $\alpha, \beta \in \mathbf{On}$ mit $\alpha < \beta$.

a) Zeigen Sie, dass $\gamma + \alpha \leq \gamma + \beta$ für alle $\gamma \in \mathbf{On}$ gilt. Können Sie $\leq$ durch $<$ ersetzen?

b) Zeigen Sie, dass $\alpha + \gamma \leq \beta + \gamma$ für alle $\gamma \in \mathbf{On}$ gilt. Können Sie $\leq$ durch $<$ ersetzen?

c) Gibt es immer ein $\delta \in \mathbf{On}$ mit $\alpha + \delta = \beta$? Ist solch ein δ eindeutig, falls es existiert?

Aufgabe 2. Es sei α eine Limeszahl. Stellen Sie alle Implikationen zwischen den folgenden drei Aussagen fest.

(1) $\forall \beta, \gamma < \alpha(\beta + \gamma < \alpha)$.

(2) $\forall \beta < \alpha(\beta + \alpha = \alpha)$.

(3) $\exists \delta(\alpha = \exp_{ord}(\omega, \delta))$.

Aufgabe 3. Sei A eine Menge. Zeigen Sie:

$$|A| = \min\{\alpha \in \mathbf{On} \ : \ A \preceq \alpha\} = \min\{\alpha \in \mathbf{On} \ : \ \text{Es gibt eine Surjektion von } \alpha \text{ nach } A\}.$$

Aufgabe 4. Sei $\kappa \geq \omega_2$ eine Kardinalzahl.

a) Bestimmen Sie $|\exp_{ord}(\kappa, \omega)|$.

b) Bestimmen Sie $|\exp_{ord}(\kappa, \omega_1)|$.

Abgabe bis Dienstag 23.5.2023, 10 Uhr.