# BLATT 7

(30.11.2021)

**Aufgabe 1** (4 Punkte)**.** Es sei $M_{2,2}(\mathbb{R})$ die Menge der $2 \times 2$-Matrizen über den reellen Zahlen und $\cdot$ die Matrix-Multiplikation.

a) Erfüllt $(M_{2,2}(\mathbb{R}), \cdot)$ das Assoziativgesetz?

b) Hat $(M_{2,2}(\mathbb{R}), \cdot)$ ein neutrales Element?

c) Existieren Inverse in $(M_{2,2}(\mathbb{R}), \cdot)$?

**Aufgabe 2** (4 Punkte)**.** Bestimmen Sie in Abhängigkeit von den Parametern $*$ und $\#$ den Rang der Matrix

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ * & 0 & \# \end{pmatrix} \in M_{4,3}(\mathbb{R})$$

**Aufgabe 3** (8 Punkte)**.** Sei $K$ ein beliebiger Körper, $A, B \in M_{m,n}(K)$ und $C \in M_{r,m}(K)$. Wir schreiben $\mathrm{rang}(A)$ für den Rang von $A$.

a) Ist $\mathrm{rang}(A + B) \leq \mathrm{rang}(A) + \mathrm{rang}(B)$?

b) Gilt $\mathrm{rang}(B) + \mathrm{rang}(C) - m \leq \mathrm{rang}(C \cdot B) \leq \min(\mathrm{rang}(B), \mathrm{rang}(C))$?

c) Sei nun zusätzlich $\mathrm{rang}(B) = m$ oder $\mathrm{rang}(C) = m$. Gilt dann $\mathrm{rang}(C \cdot B) = \min(\mathrm{rang}(B), \mathrm{rang}(C))$?

d) Gibt es Matrizen $B$ und $C$ mit $\mathrm{rang}(B), \mathrm{rang}(C) \neq 0$, sodass $\mathrm{rang}(C \cdot B) = 0$ gilt ist?

*Hinweis* Der Noether'schen Isomorphiesatz für geeignete durch die Matrizen definierte lineare Abbildungen kann bei b) und c) helfen.

Abgabe per Ilias oder in den (richtigen) Übungsaufgaben-Briefkasten im Keller der Ernst-Zermelo-Str.1 mit Namen und Nummer der Übungsgruppe bis Dienstag 07.12.2021, 12 Uhr.