BLATT 0

(Anwesenheitsaufgaben)

Aufgabe 1 (Zwei verschiedene Arten der Induktion)**.**
Man zeige durch Induktion die folgenden Aussagen:

i) Für $n \geq 6$ gilt $3^n > 2n^3$.

ii) Sei φ eine Formel mit genau n Satzsymbolen. Dann ist die Anzahl der binären Junktoren in φ genau $n - 1$.

Aufgabe 2 (Noch einmal Induktion)**.**
Eine Gerade zerlegt eine Ebene immer in zwei Gebiete. In wieviele Gebiete können genau n Geraden eine Ebene mindestens/höchstens zerlegen?

Aufgabe 3 (Formalisierung und Auswertung)**.**
Ein Mord ist geschehen. Die drei Hauptverdächtigen Fischer, Müller und Schmidt werden verhört. Sie geben folgendes zu Protokoll:

- Fischer: „Müller ist der Täter und nicht Schmidt."
- Müller: „Wenn es Fischer war, dann hat er den Mord zusammen mit Schmidt begangen."
- Schmidt: „Ich war es nicht. Es war einer der anderen beiden, oder sogar beide zusammen."

Formalisieren Sie die Aussagen der Hauptverdächtigen, indem Sie daraus aussagenlogische Formeln bilden. Nutzen Sie dabei die Buchstaben F, M, S als Namen für Aussagenvariablen, die für „Fischer ist der Mörder" etc. stehen sollen.
Ist es möglich, dass alle Verdächtigen die Wahrheit sagen? Wer ist dann der Täter? Ist es möglich, dass gerade der oder die Täter lügen, die anderen aber die Wahrheit sagen?

Aufgabe 4 (Ein fragwürdiger Beweis)**.**
Wir zeigen, dass in jeder Packung Gummibärchen nur eine Farbe zu finden ist, und machen dies mittels Induktion über die Größe der Packung:

Befinden sich in der Packung $n = 1$ Gummibärchen, so ist nichts zu zeigen.
Wir nehmen also für den Induktionsschritt an, dass die Aussage bereits für Packungen mit n Gummibärchen gilt und dass wir eine Packung mit $n + 1$ Gummibärchen vor uns haben. Wir entfernen ein Gummibärchen aus der Packung. Nach Induktionsvoraussetzung sind die verbliebenen n Gummibärchen von einer Farbe. Nun geben wir das herausgenommene Gummibärchen zurück und entfernen ein anderes Gummibärchen aus der Packung. Wieder sind die n Gummibärchen in der Packung nach Induktionsveraussetzung von einer Farbe. Also haben alle $n + 1$ Gummibärchen die gleiche Farbe.

Finden Sie den Fehler in diesem Beweis? Oder gibt es keine Packungen mit Gummibärchen verschiedener Farben?