BLATT 00

(Anwesenheitsaufgaben)

Aufgabe 1 (Zwei verschiedene Arten der Induktion)**.**
Man zeige durch Induktion die folgenden Aussagen:

i) Für $n \geq 6$ gilt $3^n > 2n^3$.

ii) Sei φ eine Formel mit genau n Satzsymbolen. Dann ist die Anzahl der binären Junktoren in φ genau $n - 1$.

Aufgabe 2 (Formelnotation)**.**

Entscheiden Sie jeweils, was auf die folgenden Zeichenketten zutrifft: a) aussagenlogische Formel in Polnischer Notation; b) aussagenlogische Formel in Infix-Notation; oder c) keines von beiden. Geben Sie für den negativen Fall c) eine kurze Begründung an.

i) $\wedge\neg A_1 A_4$

ii) $\neg A_1 \wedge \vee A_2 A_3$

iii) $(\neg(\neg A_3 \vee A_4) \wedge A_{42})$

iv) $A_1 \vee (A_4 \to A_2)$

v) $(\neg A_1 \leftrightarrow \neg(\neg A_3))$

vi) $(A_3 \wedge (A_2 \wedge A_3)))$

vii) $\vee(A_1 \wedge \neg A_2)A_3$

viii) $\wedge \wedge A_6 A_{12} A_1$

Aufgabe 3 (Formalisierung und Auswertung)**.**
Ein Mord ist geschehen. Die drei Hauptverdächtigen Fischer, Müller und Schmidt werden verhört. Sie geben Folgendes zu Protokoll:

- Fischer: „Müller hat die Tat begangen und nicht Schmidt."
- Müller: „Wenn es Fischer war, dann zusammen mit Schmidt."
- Schmidt: „Ich war es nicht. Es war einer der anderen beiden, oder sogar beide zusammen."

Formalisieren Sie die Aussagen der Hauptverdächtigen, indem Sie daraus aussagenlogische Formeln bilden. Nutzen Sie dabei die Buchstaben F, M, S als Namen für Aussagenvariablen, die für „Fischer hat die Tat begangen" etc. stehen sollen.
Ist es möglich, dass alle Verdächtigen die Wahrheit sagen? Wer hat dann die Tat begangen? Ist es möglich, dass alle, die die Tat begangen haben, lügen, die anderen aber die Wahrheit sagen?

Aufgabe 4 (Ein fragwürdiger Beweis)**.**
Wir zeigen, dass in jeder Packung Gummibärchen nur eine Farbe zu finden ist, und machen dies mittels Induktion über die Größe der Packung:

Befinden sich in der Packung $n = 1$ Gummibärchen, so ist nichts zu zeigen.

Wir nehmen also für den Induktionsschritt an, dass die Aussage bereits für Packungen mit n Gummibärchen gilt und dass wir eine Packung mit $n + 1$ Gummibärchen vor uns haben. Wir entfernen ein Gummibärchen aus der Packung. Nach Induktionsvoraussetzung sind die verbliebenen n Gummibärchen von einer Farbe. Nun geben wir das herausgenommene Gummibärchen zurück und entfernen ein anderes Gummibärchen aus der Packung. Wieder sind die n Gummibärchen in der Packung nach Induktionsvoraussetzung von einer Farbe. Also haben alle $n + 1$ Gummibärchen die gleiche Farbe.

Finden Sie den Fehler in diesem Beweis? Oder gibt es keine Packungen mit Gummibärchen verschiedener Farben?