

BLATT 1
(19.10.2022)

Aufgabe 1 (4 Punkte).

Welche der folgenden Ausdrücke sind Formeln der Aussagenlogik? Begründen Sie Ihre Antwort.

- a) $\neg(A_0 \vee (\neg A_1))$
- b) $(A_1 \wedge \neg\neg A_6)$
- c) $(A_2 \wedge A_3 \rightarrow A_5)$
- d) $(A_4 \wedge \neg A_4)$

Aufgabe 2 (4 Punkte).

In der Polnischen Notation schreibt man Formeln so, dass man komplett ohne Klammern auskommt. Für einen binären Junktor $*$ und zwei Formeln φ und ψ schreibt man dann $*\varphi\psi$ an Stelle $(\varphi * \psi)$, also entspricht $\wedge\varphi\psi$ zum Beispiel der Formel $(\varphi \wedge \psi)$. Diese Notation kann für Beweise oder Programmierungen nützlich sein, ist auf dem Papier aber oft schwerer lesbar.

- a) Schreiben Sie die folgenden Formeln in Polnischer Notation.
 - i) $((\neg A_0 \wedge A_1) \vee \neg A_2)$
 - ii) $(\neg(A_0 \rightarrow (A_2 \vee A_1)) \leftrightarrow ((\neg A_0 \wedge A_1) \rightarrow A_2))$
- b) Geben Sie jeweils eine Formel an, die den folgenden in Polnischer Notation gegebenen Formeln entsprechen.
 - i) $\leftrightarrow \neg \wedge \neg A_0 \neg A_1 \vee A_0 A_1$
 - ii) $\wedge \vee \neg \rightarrow A_0 A_1 \leftrightarrow A_2 A_0 \neg \rightarrow A_1 A_2$

Aufgabe 3 (4 Punkte).

Geben Sie für die folgenden Formeln jeweils eine erfüllende und eine nicht erfüllende Wahrheitsbelegung an.

- a) $(\neg A_0 \wedge (A_1 \vee \neg A_2))$
- b) $((A_3 \vee \neg A_3) \leftrightarrow A_4)$

Aufgabe 4 (4 Punkte).

Wir definieren rekursiv die Länge $l(\varphi)$ und die Höhe $h(\varphi)$ einer aussagenlogischen Formel φ nach folgenden Vorschriften, wobei $*$ jeweils für einen beliebigen binären Junktor steht:

$$l(\varphi) = \begin{cases} 1, & \text{falls } \varphi \text{ gleich } \top, \perp \text{ oder } A_i \text{ für ein beliebiges } i \text{ ist} \\ l(\psi) + 1, & \text{falls } \varphi = \neg\psi \\ l(\psi) + l(\chi) + 3, & \text{falls } \varphi = (\psi * \chi) \end{cases}$$

$$h(\varphi) = \begin{cases} 1, & \text{falls } \varphi \text{ gleich } \top, \perp \text{ oder } A_i \text{ für ein beliebiges } i \text{ ist} \\ h(\psi) + 1, & \text{falls } \varphi = \neg\psi \\ \max(h(\psi), h(\chi)) + 1, & \text{falls } \varphi = (\psi * \chi) \end{cases}$$

Sei φ eine Formel der Höhe n . Gibt es dann eine Mindestlänge von φ ? Gibt es eine Höchstlänge von φ ?

Online Abgaben werden nur in PDF-Form bewertet.

Abgabe per Ilias oder in den (richtigen) Übungsaufgaben-Briefkasten in der Technischen Fakultät mit Namen und Nummer der Übungsgruppe bis Donnerstag, den 23.10.2025, 10 Uhr.