

BLATT 13
(20.01.2026)

Aufgabe 1 (4 Punkte).

Sei τ eine beliebige Sprache. In $\mathcal{L}(\tau)$ -Formeln können nach Definition 3.3 im Skript die Junktoren $\neg, \vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow$ vorkommen.

Zeigen Sie induktiv über den Aufbau von Formeln, dass für jede $\mathcal{L}(\tau)$ -Formel φ eine Formel ψ , in der nur die Junktoren \neg und \vee vorkommen, mit $\psi \equiv \varphi$ existiert ($\psi \equiv \varphi$ gilt genau dann, wenn $\psi \models \varphi$ und $\varphi \models \psi$ gilt).

Aufgabe 2 (4 Punkte). Sei $\mathfrak{N} = (\mathbb{N}, 0, 1, +, \cdot, S, \leq)$ das Standardmodell aus der Vorlesung.

Existiert ein Modell \mathfrak{M} von $Th(\mathfrak{N})$, der Theorie von \mathfrak{N} , so dass \mathfrak{M} nicht isomorph zu \mathfrak{N} ist?

Hinweis: Erweitern Sie die Sprache um ein neues Konstantenzeichen und betrachten Sie endliche Teilmengen von $Th(\mathfrak{N}) \cup \{S^n(0) \leq c \mid n \in \mathbb{N}\}$.

Aufgabe 3 (4 Punkte). Finden Sie ein Modell von Q^* (der Cobham'schen Theorie), welches kein Modell von A_E ist?

Aufgabe 4 (4 Punkte).

Gilt $A_E \models Q^*$, das heißt gilt $A_E \models \varphi$ für alle $\varphi \in Q^*$?

Online Abgaben werden nur in PDF-Form bewertet.

Abgabe per Ilias oder in den (richtigen) Übungsaufgaben-Briefkasten in der Technischen Fakultät mit Namen und Nummer der Übungsgruppe bis Donnerstag, den 29.01.2026, 10 Uhr.