

BLATT 3
(29.10.2025)

Aufgabe 1 (4 Punkte).

Geben Sie für die folgenden Formeln jeweils eine äquivalente Formel in disjunktiver Normalform und eine äquivalente Formel in konjunktiver Normalform an.

- a) $((A_0 \leftrightarrow A_1) \rightarrow A_2)$
b) $((\neg A_0 \rightarrow A_1) \vee ((A_0 \wedge \neg A_2) \leftrightarrow A_1))$

Aufgabe 2 (4 Punkte).

Sei $\varphi = \varphi(A_0, \dots, A_n)$ eine Formel, in der nur die Aussagenvariablen A_0, \dots, A_n vorkommen. Sei $\varphi^*(A_0, \dots, A_n)$ die Formel, die aus φ hervorgeht, indem simultan alle Vorkommen von

- A_i in φ durch $\neg A_i$,
- \wedge in φ durch \vee ,
- \vee in φ durch \wedge ersetzt werden.

Zum Beispiel ergibt für $\varphi = ((A_0 \vee A_2) \wedge \neg A_1)$ diese Definition die Formel $\varphi^* = ((\neg A_0 \wedge \neg A_2) \vee \neg \neg A_1)$. Gilt dann für alle Formeln, in denen die Junktoren \rightarrow und \leftrightarrow nicht vorkommen,

$$\neg\varphi \equiv \varphi^*?$$

Aufgabe 3 (4 Punkte). Eine dritte Definition von „Abzählbarkeit“ ist:

Eine Menge X ist abzählbar genau dann, wenn es eine Bijektion $f : X \rightarrow \mathbb{N}$ gibt.

Zeigen Sie für eine unendliche Menge X : Es gibt eine Injektion $g : X \rightarrow \mathbb{N}$ genau dann, wenn es eine Bijektion von X nach \mathbb{N} gibt.

Hinweis: Existiert eine Bijektion zwischen $g[X] = g''X = \{g(x) \mid x \in X\}$ und \mathbb{N} ?

Aufgabe 4 (4 Punkte).

Sei $\Psi = \{\psi_n : n \in \mathbb{N}\}$ eine Menge aussagenlogischer Formeln. Gibt es eine Menge an Formeln $\Sigma = \{\sigma_n : n \in \mathbb{N}\}$ oder $\Sigma = \{\sigma_n : n \leq N\}$ für ein $N \in \mathbb{N}$ mit den folgenden Eigenschaften?

- (i) Für jede aussagenlogische Formel χ gilt: $\Psi \models \chi$ gdw $\Sigma \models \chi$.
(ii) Kein σ_n folgt aus $\bigwedge_{i < n} \sigma_i$, also $\bigwedge_{i < n} \sigma_i \not\models \sigma_n$ für alle $n \in \mathbb{N}$.

Online Abgaben werden nur in PDF-Form bewertet.

Abgabe per Ilias oder in den (richtigen) Übungsaufgaben-Briefkasten in der Technischen Fakultät mit Namen und Nummer der Übungsgruppe bis Donnerstag, den 06.11.2025, 10 Uhr.