http://home.mathematik.uni-freiburg.de/ngrosse/

Nadine Große, Ksenia Fedosova
SS21

Pro-Seminar Mathematik im Alltag

Daten: 20.4, 27.4, 4.5, 11.5, 18.5, 1.6, 8.6, 15.6, 22.6, 29.6, 6.7, 13.7, 20.7 (13 Termine)
Ziel dieses Proseminars ist es in jedem Vortrag die Mathematik einer Technik oder einem Problem des täglichen Lebens zu verstehen.

Dabei sollen Sie zunächst erklären, worum es geht, und was die zugehörige Mathematik ist und wie diese das Thema beschreibt und ggf. löst. Dazu sind oft neue mathematische Begriffe zu definieren oder Sätze zu beweisen. Ziel ist es, am Ende eines Vortrages das Thema aus mathematischer Sicht zu verstehen.

Die angegebene Literatur ist oft nur als Ausgangspunkt gedacht; die Vortragenden sollen (und müssen) zusätzliche Quellen suchen, um den Vortragsgegenstand oder die dafür benötigte Mathematik besser zu verstehen oder verwandte Teilaspekte mit aufzugreifen.

Programm:

1. **Additions- und Schiebe-Algorithmen.** Taschenrechner, vor allem ältere Modelle, verfügen über eine sehr einfache Hardware. In diesem Vortrag sollen daher Algorithmen vorgestellt werden, die die Exponentialfunktion, Winkel- und Hyperbelfunktionen und ihre Inversen mit möglichst einfachen Mitteln ver- gleichsweise schnell und vor allem zuverlässig ausrechnen. [2] Stichworte: CORDIC, BKM.

2. **SRT-Division** ist ein schnelles Divisionsverfahren in der Computerarithmetik. Es ist vor allem wegen des Pentium-FDIV-Bug bekannt, der in den ersten Versionen von Intels Pentium-Prozessoren zu vereinzelten fehlerhaften Divisionen führte. [2] Weiteres Stichwort: Modifizierte SRT-Algorithmen

3. **Quantencomputer** Ersetzt man klassische Bits durch quantenmechanisch verschränkte“ Qubits, so kann man viele Rechnungen parallel durchführen. Beispielsweise gibt es einen effizienten Algorithmus zur Primfaktorzerlegung mittels eines Quantencomputers, den Shor-Algorithmus. Der Vortrag sollte sich auf theoretische Aspekte konzentrieren, aber durchaus auch auf den Stand der Technik eingehen. [2] (Quantenmechanik I ist hilfreich.)

4. **Mathematische Epidemietheorie** [3] Eine Epidemie in einer homogenen Population wird mit Hilfe eines Differentialgleichungssystems modelliert. Beispielsweise wird gezeigt, wie kleine Erhöhungen der Infektiositätsrate zu großen Epidemien führen können.

5. **Zylindrische Spiegel.** Die Reflexionen in zylindrischen Spiegeln sehen möglicherweise so aus, als wären sie ein umgekehrtes Bild der Umgebung Objekte in Bezug auf den Spiegel, aber die Realität ist etwas komplizierter (und ist überraschenderweise mit der komplexen Analysis verbunden). [4, Chapter 35]

6. **Die Optik von Seifenblasen.** Dünnschichtinterferenz ist ein natürliches Phänomen, bei dem Lichtwellen, die von den oberen und unteren Grenzen eines Dünnfilms reflektiert werden, sich gegenseitig stören und das reflektierte Licht entweder verstärken oder verringern. Dies führt zu einem Regenbogen-Effekt auf Seifenblasen und kann tatsächlich zur Berechnung der Wellenlänge verwendet werden. Die Farben der Schmetterlingsflügel und die Struktur der Antireflexbeschichtungsmaterialien sind letztendlich miteinander verbunden. [2]

7. **Pseudozufallszahlengeneratoren.** Die Fähigkeit, Zufallszahlen zu erzeugen, ist wichtig in Simulationen (z. B. für das Monte-Carlo-Verfahren), elektronischen Spielen (z. B. für die prozedurale Erzeugung) und Kryptographie. Es ist auch wichtig, diese Zahlen schnell generieren zu können. Dieser Kompromiss führt wiederum zu der Möglichkeit, die Anzahl und den möglichen Missbrauch vorherzusagen. https://en.wikipedia.org/wiki/Random_number_generator_attack#Prominent_examples Einer der am häufigsten verwendeten Pseudozufallszahlengeneratoren ist der Mersenne-Twister, der eine

Mersenne-Primzahl verwendet. https://en.wikipedia.org/wiki/Mersenne_Twister Es gibt jedoch bestimmte Probleme im Algorithmus, die eine Vorhersage ermöglichen. https://jazzy.id.au/2010/09/22/cracking_random_number_generators_part_3.html

8. **Warteschlangentheorie und Little'sches Gesetz** Das Little'sche Gesetz besagt, dass die langfristige durchschnittliche Anzahl von Kunden in einem stationären System gleich der langfristigen durchschnittlichen effektiven Ankunftsrate multipliziert mit der durchschnittlichen Zeit ist, die ein Kunde im System verbringt. Trotz der einfachen Formulierung handelt es sich um ein nicht triviales mathematisches Ergebnis, das Anwendungen im Betriebsmanagement und in der Computerarchitektur findet. [5]

9. **Steiner Netzwerk** Die Bewohner einer Reihe von Dörfern werden ein System von Straßenbauen, die jedes Dorf mit jedem anderen Dorf verbinden und die geringstmögliche Länge haben würden. Wie sollten sie das machen? Was ist, wenn sie mehr Städte miteinander verbinden müssen? Die Antwort auf dieses Problem erklärt auch - überraschenderweise - warum der Winkel zwischen den Seifenschäumen genau $2\pi/3$ beträgt. http://static.nsta.org/pdfs/QuantumV3N5.pdf

10. **Die diskrete Fouriertransformation** Dieser Vortrag soll erklären, was eine diskrete Fouriertransformation ist und wie sie schnell berechnet werden kann. Außerdem sollten einige Anwendungen gegeben werden, jedoch nicht solche, die in anderen Vorträgen (z.B. Abtasttheorem, Audio-Kompression, Kernspin) behandelt werden. [2] [7, Kapitel Schwingungen, p.193-202 (Es gibt eine Kopie bei katalog.ub.uni-freiburg.de)]

11. **Schwingungen und das Abtasttheorem** Das Abtasttheorem ist in der Signalverarbeitung von zentraler Bedeutung. Es kommt überall dort zum Tragen, wo man analoge Signale digital übertragen möchte, z.B. beim Anhören einer CD oder beim digitalen telefonieren. Das Abtasttheorem besagt, dass bei einem Signal mit Bandbreite B, Abtasten mit einer Frequenz $f > 2B$ ausreicht, um daraus das Signal fehlerfrei rekonstruieren zu können. In dem Vortrag soll dieses Theorem bewiesen werden. Dafür ist die Fourieranalyse das wichtigste mathematische Hilfsmittel. Außerdem soll erklärt werden, wie dies auf den CD-Spieler anzuwenden ist.

12. **Der Inversor von Peaucellier** Der Inversor von Peaucellier ist ein Koppelgetriebe zur Überführung einer Kreisbewegung in eine Geradenbewegung und umgekehrt. Bis zur Erfindung dieses Mechanismus kannte man keine planare Methode, geradlinige Bewegungen zu erzeugen, ohne Linearführungen wie etwa Schienenführungen zu verwenden. Anwendung fand der Inversor z. B. beim Bau von Kolbendampfmaschinen. Einige Jahre später gibt der Mathematiker und Anwalt Kempe einen Algorithmus an, wie für absolut jede algebraische Kurve in einer Ebene ein Scharniermechanismus konstruiert werden kann, der nur diese Kurve zeichnen kann. Mit anderen Worten, es gibt eine Meöglichkeit, der mit der Hilfe eines Scharniermechanismus jede Signatur zu fälschen. [2, 6]

13. **Fehlerkorrigierende Codes.** Ein Fehlerkorrekturverfahren/eines fehlerkorregierender Code wird zum Eliminieren von Datenfehlern über unzuverlässige oder verrauschte Kommunikationskanäle verwendet. Die zentrale Idee ist, dass der Absender die Nachricht mit redundanten Informationen codiert. Die Redundanz ermöglicht es dem Empfänger, eine begrenzte Anzahl von Fehlern zu erkennen, die irgendwo in der Nachricht auftreten können, und diese Fehler häufig ohne erneute Übertragung zu korrigieren. Als Beispiel der Reed-Solomon-Code genannt, welcher die Theorie der endlichen Felder benutzt, um Fehler automatisch zu korrigieren. [2, 1]

Literatur

[1] R.-H. Schulze, Codierungstheorie, Vieweg 2003

[2] Wikipedia: The free Encyclopedia, Wikimedia foundation, http://en.wikipedia.org/ oder http://de.wikipedia.org/

[3] W.O. Kermack, A.G. McKendrick, A contribution to the mathematical theory of Epidemics, 1927

[4] V. I. Arnold, Mathematical understanding of nature

[5] John D. C. Little, Little's Law as Viewed on Its 50th Anniversary, Operations research

[6] https://www.ias.ac.in/article/fulltext/reso/016/03/0220-0237

[7] M. Aigner, E. Behrends (Hrsg.), Alles Mathematik — von Pythagoras zum CD-Player, Vieweg, 2000