Analysis I Ksenia Fedosova, Nadine Große

WS 20/21

Übungsblatt 0

Das 0.te Übungsblatt wird in der ersten Übung (in der Woche vom 9.11) besprochen, wird jedoch nicht abgegeben. Die Übungsaufgaben befinden sich auf der zweiten Seite.

Um für die folgenden Woche schon mal die Technik des Abgebens zu testen, legen wir Ihnen nahe auch schon diese Woche einen Abgabe bis **Freitag, 6.11., 15 Uhr** zu machen, aber nicht mit der Lösung der Übungsaufgaben von diesem Blatt, sondern einfach mit einer Visualierung der Mengengleichheit

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C).$$

Die Anweisungen für die Abgabe finden Sie in README_allgemein.pdf im Ordner mit den Kursmaterialien.

Allgemeine Hinweise zur Digitalisierung ihrer Lösung:

- Falls Sie einen Scanner besitzen oder direkt ihre Lösungen auf ein Tablet oder ähnliches schreiben, sollten Sie mit der Vorgabe des Dateiformats (pdf) und der Maximalgröße (2MB) keine Probleme haben.
- Eine andere Möglichkeit ist es von den aufgeschriebenen Lösungen Fotos zu machen. Wie man Bilder (meist *.jpg) in pdf umwandelt, verschiedene pdf's zu einer pdf-Datei macht (google: pdf merge) und ggf. pdf's komprimiert, findet man im Internet (sowohl als Programme zum Installieren als auch als Online-Tools). Wenn die Fotos zu groß sind, kann es sein, dass auch das Komprimieren des pdfs nicht ausreicht. Dann mal die Auflösung der Kamera heruntersetzen (sollte natürlich noch alles lesbar sein).

Aufgabe. (i) Bestimmen Sie alle Teilmengen der folgenden Mengen. a) $\{1\}$ b) $\{1,2,3\}$ c) $\varnothing$

(ii) Sei $M = \{1,2\}$ und $N = \{2,3,4\}$. Welche der folgenden Aussagen sind richtig?
a) $M \subset N$ b) $2 \in N$ c) $\{3\} \in N$ d) $\{2, \{3,4\}\} \subset N$

(iii) Seien X und Y jeweils eine leere Menge, d.h. sie enthalten jeweils keine Elemente. Gilt dann $X = Y$?

(iv) Zeigen Sie, dass aus $A \subset B$ folgt, dass $A \cup B = B$ und $A \cap B = A$ folgt.

(v) Zeigen Sie, dass $(X \times Y) \cup (A \times Y) = (X \cup A) \times Y$ gilt.

Aufgabe. (i) Sind die Mengen $\{(a,b),(a,c),(b,c)\}$ bzw. $\{(a,b),(b,a),(c,c)\}$ Graphen einer Funktion? Wenn ja, welcher?

(ii) Sei $f\colon X \to Y$ eine Abbildung und seien A und B Teilmengen von X. Zeigen Sie: Aus $A \subset B$ folgt $f(A) \subset f(B)$.

(iii) Sei $f\colon X \times X \to X$ eine Abbildung. Denken Sie als Beispiel für ein solches f an Addition bzw. Multiplikation auf $\mathbb{N}$. Definieren Sie, wann f kommutativ bzw. assoziativ ist, so dass es auf obigem Beispiel der Standardbedeutung von Kommutativität bzw. Assoziativität entspricht.

(iv) Seien $f\colon X \to Y$, $g\colon Z \to X$ bijektive Abbildungen. Zeigen Sie $(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$.

Aufgabe. (i) Sei M die Menge aller Geraden in der Ebene. Wir setzen voraus, dass wir aus der Schule wissen, wann zwei Geraden senkrecht aufeinander stehen. Für $g, h \in M$ schreiben wir nun $g \sim h$, falls g und h senkrecht zueinander stehen. Entscheiden Sie: Ist diese Relation, reflexiv, symmetrisch, antisymmetrisch, transitiv?

(ii) Sei M die Menge aller Geraden in der Ebene. Wir setzen voraus, dass wir aus der Schule wissen, wann zwei Geraden parallel sind. Außerdem legen wir fest, dass eine Gerade auch parallel zu sich selbst ist. Für $g, h \in M$ schreiben wir nun $g \sim h$, falls g und h parallel sind. Entscheiden Sie: Ist diese Relation, eine Äquivalenzrelation?

(iii) Es gelte $(r_1, r_2) \sim (s_1, s_2)$ für $r_1, r_2, s_1, s_2 \in \mathbb{N}$, $r_2, s_2 \neq 0$ falls $r_1 s_2 = r_2 s_1$ gilt. Zeigen Sie, dass $\sim$ eine Äquivalenzrelation ist.

Aufgabe. Sei A eine Menge mit genau n Elementen. Zeigen Sie, dass die Potenzmenge $\mathcal{P}(A)$ genau $2^n := \underbrace{2 \cdot \ldots \cdot 2}_{n-\text{mal}}$ Elemente besitzt.