

---

## Übungsblatt 10

---

**Aufgabe 37** (2+3). Finden Sie alle Lösungen (mit Rechenweg und Begründungen) der folgenden gewöhnlichen Differentialgleichungen ( $x \in I$  mit  $I$  ein Intervall, was den Anfangswert enthält):

(i)  $y'(x) = 3x^2e^{-y(x)}$  mit  $y(0) = 1$

(ii)  $y'(x) = y^2(x) \sin x$  mit  $y(x_0) = y_0$

Hinweis: Betrachten Sie zunächst den Fall  $y_0 \neq 0$ .

**Aufgabe 38** (2+1.5+1.5). (i) Lösen Sie  $y'(x) + \frac{3y}{x} = \frac{e^x}{x^3}$  durch Finden eines geeigneten integrierenden Faktors.

(ii) Sei  $I \subset \mathbb{R}$  ein Intervall. Seien  $p: D \subset I \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  und  $q: D \subset I \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  stetig. Wir betrachten  $p(x, y(x)) + q(x, y(x))y'(x) = 0$ . Bestimmen Sie, wann  $\mu(x + y)$  für ein  $\mu: J \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ein integrierender Faktor für diese Differentialgleichung ist?

(iii) Lösen Sie  $y'(x) = (x + y)^2$  mit einem integrierenden Faktor der Form  $\mu(x + y)$ .

**Aufgabe 39.** Finden Sie die Lösungen von  $xy'(x) - y(x) = x^2e^x$  mit Hilfe eines Potenzreihenansatzes.

**Aufgabe 40.** Sei  $I \subset \mathbb{R}$  ein Intervall. Seien  $a, b: I \rightarrow \mathbb{R}$  stetig. Wir betrachten

$$y''(x) + a(x)y'(x) + b(x)y(x) = 0.$$

Sei eine Lösung davon  $y_0: I \rightarrow \mathbb{R}$  und habe  $y_0$  keine Nullstellen. Finden Sie eine weitere Lösung der Differentialgleichung, indem Sie den Ansatz  $y(x) = v(x)y_0(x)$  für  $v: I \rightarrow \mathbb{R}$  nutzen.

Hinweis: In der dann entstehenden Differentialgleichung setzen Sie  $z(x) = v'(x)$  und lösen zunächst für  $z(x)$ .