
Übungsblatt 12

Aufgabe 45 (Parseval für DFT). Zeigen Sie $\sum_{k=0}^{N-1} |y_k|^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |\hat{y}_k|^2$.

Aufgabe 46. Rechnen Sie nach, dass der Rechenaufwand zur Berechnung der FFT (Algorithmus in der Vorlesung) $O(N \log_2 N)$ ist.

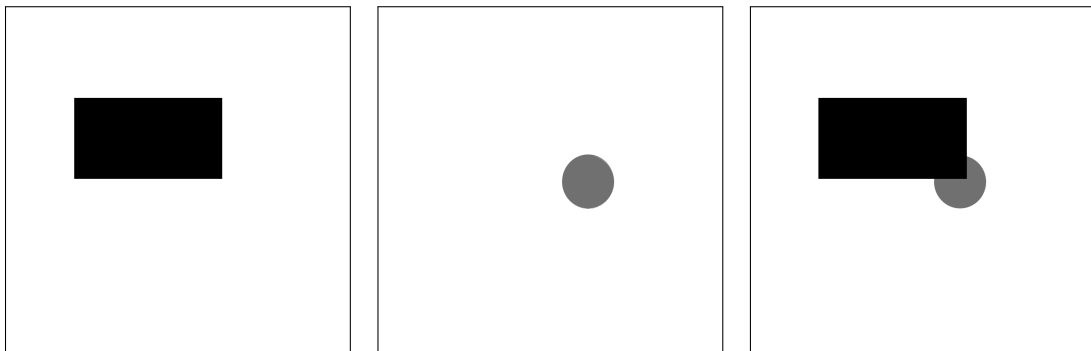
Hinweis: $N = 2^m$ - am besten den Rechenaufwand rekursiv in Abhängigkeit von m berechnen.

Aufgabe 47. Seien y_ℓ, z_ℓ , zwei komplexe Folgen der Länge N ($\ell = 0, 1, \dots, N-1$). Wir setzen diese Folgen durch Null auf ganz \mathbb{Z} fort. Sei $h_i = \sum_{j=0}^{N-1} y_{i-j} z_j$ für $i = 0, \dots, 2N-1$. Zeigen Sie

$$\hat{h}_m = \hat{y}_m \hat{z}_m$$

Aufgabe 48. (i) Zeigen Sie, die Fouriertransformation verhält sich unter Drehungen wie folgt: Gegeben eine Drehung $A \in SO(n)$ dann gilt $\hat{g}(\xi) = \hat{f}(A\xi)$ für $f \in L^1(\mathbb{R}^n)$ und $g = f \circ A$.

(ii) Wie sehen die DFTs von folgenden Bildern qualitativ aus?



Hierbei steht weiß für den Wert 122, schwarz für -122 und grau für 0.