Übungsblatt 2

Abgabe bis Mittwoch 7.5. um 10 Uhr.

Aufgabe 4 (1+2+2)**.** Beweisen Sie unter Verwendung der Kongruenzsätze und Winkelsätzen an geschnittenen Parallelen:

(i) Seien g, h zwei parallele Geraden. Dann hat jeder Punkt $P \in g$ von h den gleichen Abstand.[1]

(ii) Ein *Parallelogramm* ist per Definition ein Viereck, dessen gegenüberliegende Seiten parallel sind.

Ein Viereck ist genau dann ein Parallelogramm, wenn die gegenüberliegenden Seiten gleich lang sind.

(iii) Ein *Drachenviereck* ist per Definition ein Viereck $ABCD$ mit $|AB| = |AD|$ und $|BC| = |DC|$.

Ein Viereck ist genau dann ein Drachenviereck, wenn die Diagonalen des Vierecks (also g_{AC} und g_{BD}) senkrecht aufeinander stehen und eine der beiden Diagonalen die andere halbiert.

Aufgabe 5 (2,5+2,5)**.**

(i) Sei k ein Halbkreis über einer Strecke AB. Seien C, D zwei verschiedene Punkte auf k. Die Geraden durch AC und BD schneiden sich in einem Punkt E und die Geraden durch AD und BC schneiden sich in einem Punkt F. Beweisen Sie, dass die Gerade durch E und F senkrecht auf AB steht.

Hinweis: Finden Sie zwei Sehnenvierecke und nutzen Sie die Winkelsätze in den beiden Kreisen.

(ii) Sei k ein Kreis mit Mittelpunkt O. Sei $\hat{k}$ ein zweiter Kreis, so dass k und $\hat{k}$ zwei Punkte A und B gemeinsam haben. Sei C ein Punkt auf k, der auf der anderen Seite der Geraden g_{AB} durch A und B liegt als O. Seien $D \neq B$ bzw. $E \neq A$ Punkte auf $\hat{k} \cap g_{BC}$ bzw. auf $\hat{k} \cap g_{AC}$. Zeigen Sie, dass dann g_{OC} senkrecht auf g_{DE} ist.

Hinweis: Sei C', so dass CC' Durchmesser von k ist.

[1] Der Abstand $d(P, g)$ eines Punktes P zu einer Geraden g ist definiert als

$$d(P, g) := \inf\{|PQ| \mid Q \in g\}.$$

Dieses Infimum wird immer durch den Fußpunkt des Lotes von P auf g angenommen.

Aufgabe 6 (1,5+1+1,5+1)**.** Im Schulbuchkapitel zu Mittelsenkrechten und Umkreisen von Dreiecken bietet das aktuelle Schulbuch Lambacher Schweizer (Baden-Württemberg) für Klasse 7 unter anderem folgende Übungsaufgabe an (S. 128):

a) Zeichne ein Rechteck und konstruiere seinen Umkreis.

b) Gibt es Vierecke, die keinen Umkreis haben? Zeichne Beispiele.

Während der Bearbeitung von Teil b) entstehe folgender Dialog zwischen Anton und Berta: Anton: „Ich glaube, dein Trapez hier hat doch einen Umkreis, schau mal ...“ Berta: „Hm, ja, ... komisch, ich dachte erst, das wäre nur bei den Rechtecken so.“ Anton: „Welche Vierecke haben denn nun einen Umkreis?“

(i) Begründen Sie auf dem Niveau von Klasse 7 (Vorkenntnisse siehe Bildungsplan[2]), dass alle Rechtecke einen Umkreis haben.

(ii) Stellen Sie den fachlichen Hintergrund der Aufgabe dar. Wann hat allgemein ein Viereck einen Umkreis und was muss man wissen, um zu verstehen, warum das so ist?

(iii) Finden Sie weitere besondere Vierecke, für die Schülerinnen und Schüler in Klasse 7 die Existenz des Umkreises begründen können und zeigen Sie jeweils den Argumentationsweg.

(iv) Wie könnten Sie als Lehrkraft **lernförderlich** auf Berta und Anton eingehen? Schreiben Sie das fiktive Gespräch weiter.

(v) Bei dem Rechteck ist der Mittelpunkt des Umkreises der Schnittpunkt der Diagonalen. Gilt das nur für Rechtecke? Begründen Sie ihre Antwort wieder auf dem Niveau von Klasse 7.

[2] https://www.bildungsplaene-bw.de/,Lde/LS/BP2016BW/ALLG/GYM/M/IK/7-8/03