

Übungsblatt 9

Abgabe bis Mittwoch 2.7. um 10 Uhr.

Aufgabe 25. Sei ABC ein sphärisches Dreieck, sei $A'B'C'$ das Polardreieck zu ABC . Zeigen Sie, dass dann ABC das Polardreieck zu $A'B'C'$ ist.

Hinweis: Sei $A''B''C''$ das Polardreieck zu $A'B'C'$. Zeigen Sie, dass $C'' = C$ ist, z.B. indem Sie zunächst $C'' \in \{\pm C\}$ durch Bestimmung der senkrechten Ebene zum Vektor C bzw. C'' zeigen. Ob $+$ oder $-$ gilt, kann durch Berechnung von $\sphericalangle(C, C'')$ bestimmt werden.

Aufgabe 26 (2+3). Ziel dieser Aufgabe ist es, einmal mittels euklidischer Geometrie trigonometrische Beziehungen im rechtwinkligen sphärischen Dreiecken herzuleiten:

Sei O der Mittelpunkt von $S^2 \subset \mathbb{R}^3$. Sei ABC ein sphärisches Dreieck auf S^2 mit den Winkelgrößen α, β bzw. γ bei den Ecken A, B bzw. C . Sei D der Punkt in der Ebene, die durch O, A und C gebildet wird, so dass DB senkrecht auf dieser Ebene ist. Sei E der Punkt auf der Geraden g_{OA} mit $g_{BE} \perp g_{OA}$. Sei $\gamma = 90^\circ$.

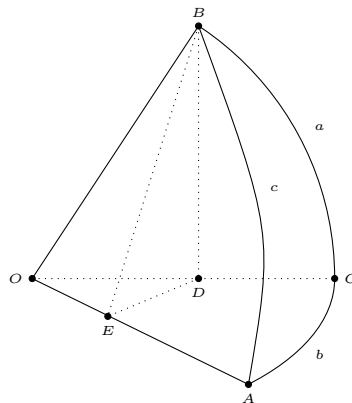
(i) Begründen Sie¹

- (a) $D \in \overline{OC}$
- (b) $\overline{DE} \perp \overline{OA}$
- (c) $\sphericalangle BED = \alpha$

(ii) Rechnen Sie mit Hilfe von (i) und trigonometrischen Beziehungen in den verschiedenen rechtwinkligen (euklidischen) Dreiecken direkt nach (Also nicht die Sätze der sphärischen Geometrie aus der Vorlesung verwenden!), dass

$$\cos c = \cos a \cos b \quad \text{und} \quad \sin \alpha = \frac{\sin a}{\sin c}$$

gilt.



Aufgabe 27 (2+(1.5+1.5)). Das Arbeitsblatt „Lass Krummes mal Gerade sein“ (in Ilias) soll Schülerinnen und Schülern eine Idee von den Axiomen in der Geometrie vermitteln. Die Aufgaben sind dem Schülerarbeitsheft MatheWelt entnommen, das 2017 in der Zeitschrift Mathematik lehren veröffentlicht wurde.

- (i) Bearbeiten Sie alle Aufgaben und Fragen des Schülerarbeitsblattes.
- (ii) Erklären Sie, was mit folgendem Satz gemeint ist: „Axiomensysteme werden durch Modelle interpretiert“.
 - (a) In Bezug auf das Schülerarbeitsblatt „Lass Krummes mal Gerade sein“.
 - (b) In Bezug auf die Vorlesung „Elementargeometrie“.

¹ Alle Aussagen in dieser Aufgabe (i) sind Aussagen über Punkte in einer Ebene und dafür gelten die Definitionen aus der euklidischen Ebene. Auch die Winkel $\sphericalangle$ sind hier immer die euklidischen Winkel, in der von den drei angegebenen Punkten aufgespannten Ebene.