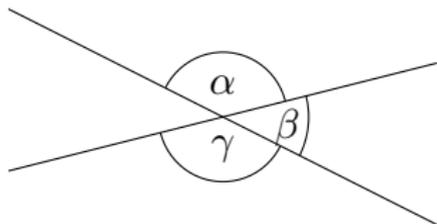


QQ 1 – Äquivalenzrelationen in der euklidischen Geometrie

Welche der folgenden Relationen sind Äquivalenzrelationen?
Falls ja, auf welcher Menge sind das jeweils
Äquivalenzrelationen, warum und wie viele Äquivalenzklassen
gibt es?

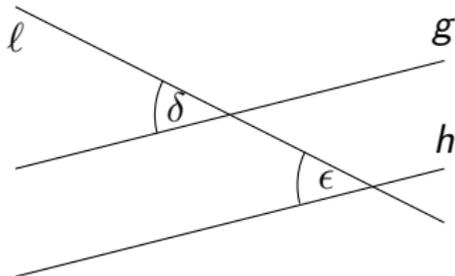
- A senkrecht stehen
- B auf der gleichen Seite eines Punktes auf einer Geraden liegen
- C auf der gleichen Seite einer Geraden liegen

QQ 2 – Winkel an Geraden



Scheitelwinkelsatz: =

 winkelsatz: $\alpha +$ =

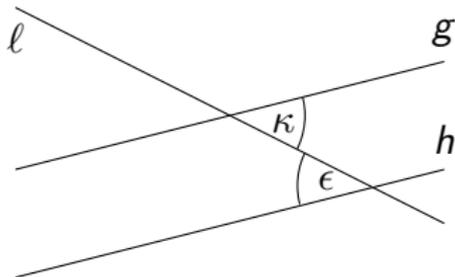


 winkelsatz:

Wenn , dann ist .

Umkehrung des winkelsatz:

Wenn , ist .



 winkelsatz:

Wenn , dann ist .

Umkehrung des winkelsatz:

Wenn , ist .

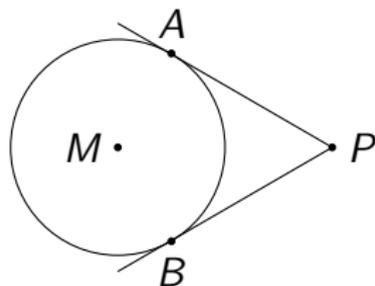
QQ 3 – Gleichseitige Dreiecke

Wie sieht man nur mit dem Wissen über gleichschenklige Dreiecke folgende Charakterisierung gleichseitiger Dreiecke (= Dreiecke, in denen alle drei Seiten gleich lang sind)?

Ein Dreieck ist genau dann gleichseitig, wenn jeder Innenwinkel 60° ist.

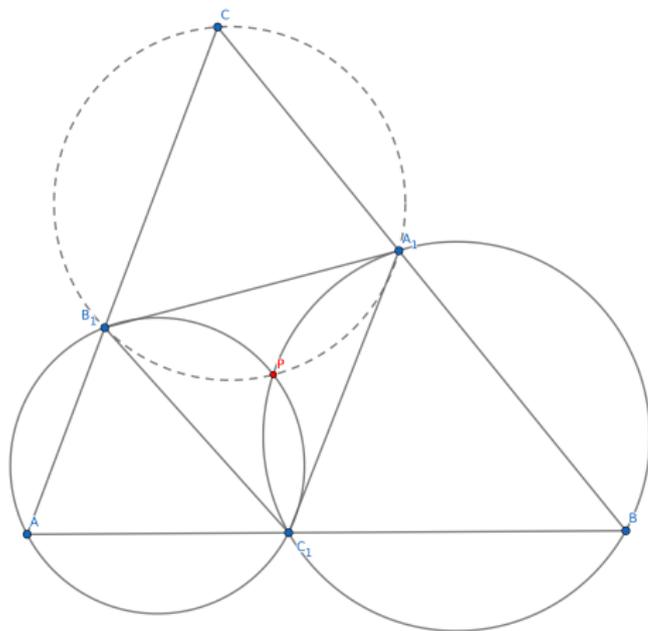
QQ 4 – Thales

- ▶ Wie kann man die Berührungspunkte A und B der gemeinsamen Tangenten von P an den Kreis konstruieren?
- ▶ Was gilt für die gemeinsamen Tangentenabschnitte AP und BP ?

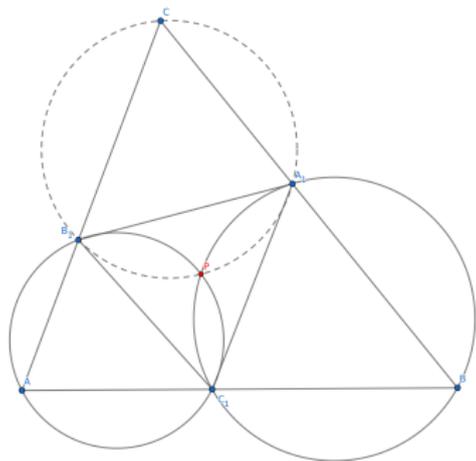


QQ 5 – Sehnenvierecke

In der Situation wie im Bild sei $P \neq C_1$ der Schnittpunkt der Umkreise von AC_1B_1 und C_1BA_1 . Zeigen Sie, dass P dann auch auf dem Umkreis von B_1A_1C liegt.



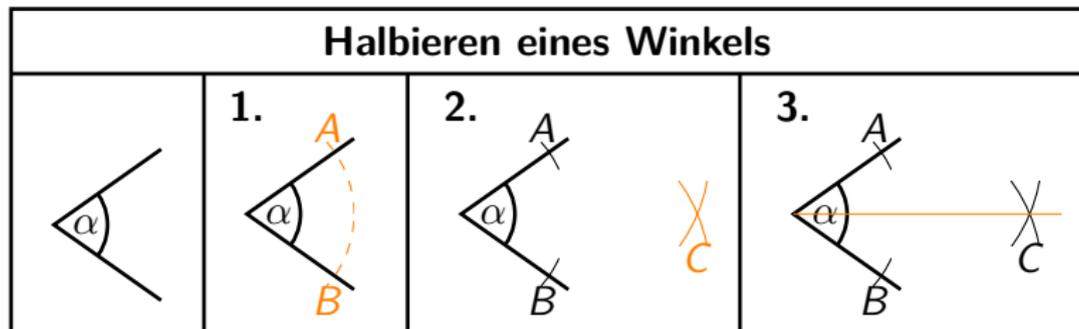
QQ 6 – Sehnenvierecke



Bei beliebiger Lage von A_1, B_1, C_1 im Inneren der jeweiligen Dreiecksseiten, ist P immer im Inneren des Dreiecks? Welche Situationen können noch auftreten? Stimmt die Aussage dann immer noch?

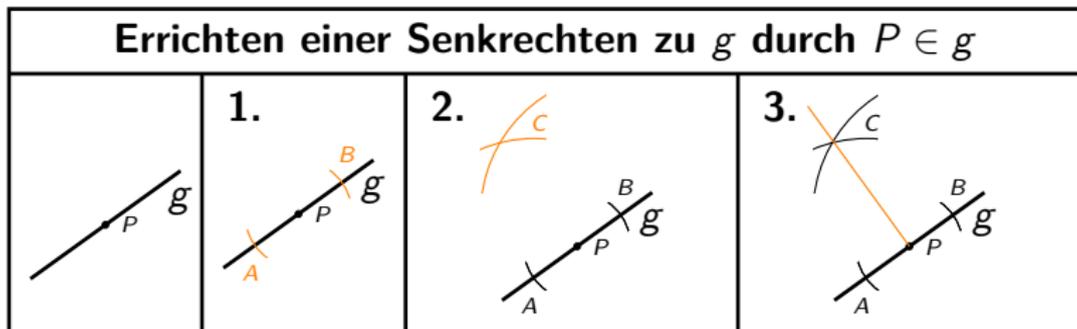
QQ 7 – Konstruktion Winkelhalbierende

Warum macht die Konstruktion, was sie behauptet?



QQ 8 – Konstruktion Senkrechte

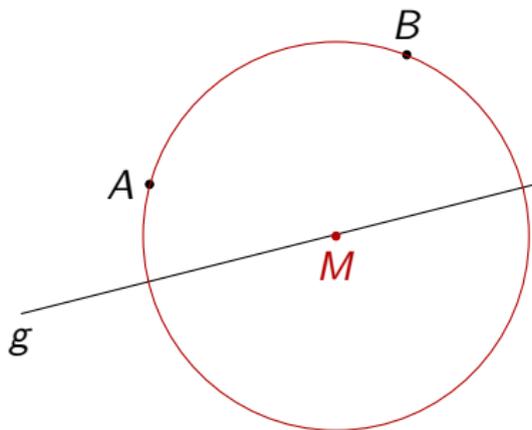
Warum macht die Konstruktion, was sie behauptet?



QQ 9

Gegeben eine Gerade g und zwei Punkte $A \neq B$.

Unter welchen Bedingungen der Lage von A, B und g zueinander gibt es einen Kreis durch A und B dessen Mittelpunkt M auf g liegt? Ist der Kreis dann eindeutig?



QQ 10

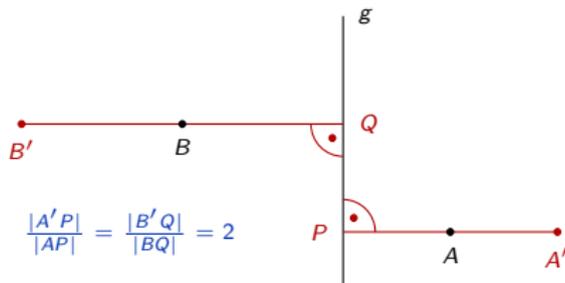
Formulieren Sie die Umkehrung des Satzes von Pythagoras.

Wie beweist man das?

QQ 11

Wir definieren folgende 'Geradenstreckung' zur Geraden g :

Die Punkte auf g werden auf sich selbst abgebildet. Alle anderen Punkte werden wie im Bild abgebildet.



Die Geradenstreckung

- A ist eine Bijektion.
- B bildet Geraden auf Geraden ab.
- C bildet Kreise auf Kreise ab.
- D bildet jede Gerade auf eine zu ihr parallele Gerade ab.

QQ 12 – Analytische Geo: Mittelsenkrechte

Sei $A, B \in \mathbb{R}^2$. Sei $v \in \mathbb{R}^2$ senkrecht auf g_{AB} .

Geben Sie die Mittelsenkrechte zu \overline{AB} als Menge an.

Rechnen Sie nach, dass jeder Punkt auf der Mittelsenkrechten zu den Punkten A und B den gleichen Abstand hat.

QQ 13 – Dreiteilung einer Strecke

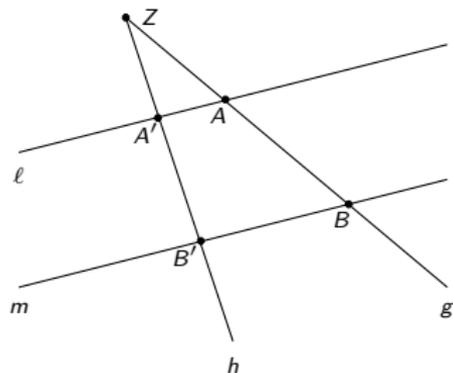
Eine Strecke \overline{AB} sei gegeben.

Wie kann man den Strahlensatz nutzen um mittels Zirkel und Lineal die Strecke dreizuteilen?

QQ 14

Ist $\ell \parallel m$, dann gilt auch

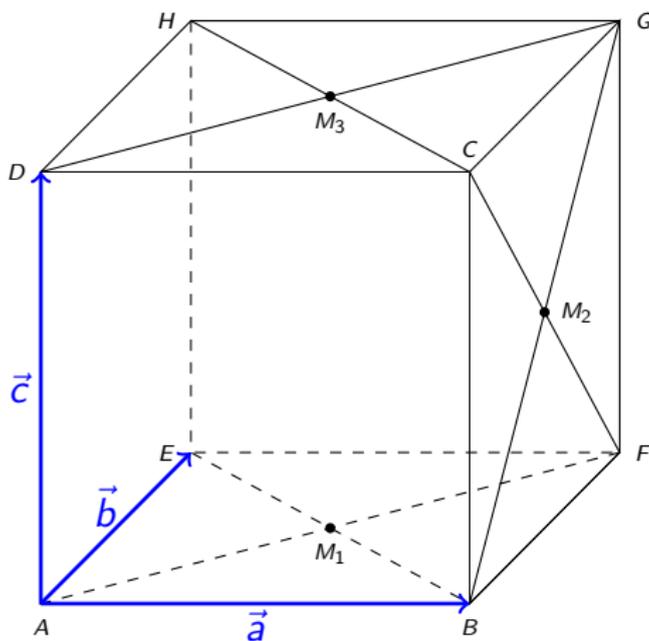
$$\frac{|ZA|}{|ZB|} = \frac{|AA'|}{|BB'|}.$$



Gilt die Umkehrung?

QQ 15

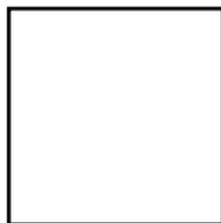
Drücken Sie $\overrightarrow{AM_1}$, $\overrightarrow{AM_2}$ und $\overrightarrow{AM_3}$ mittels \vec{a} , \vec{b} und \vec{c} aus.



QQ 16

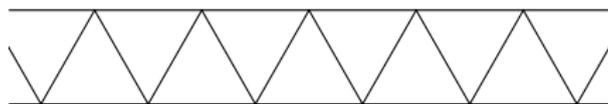
Welche Symmetrien der Ebene bilden das Quadrat auf sich selbst ab?

Diese bilden eine Gruppe. Stimmt das auch, wenn man das Quadrat durch eine andere geometrische Figur ersetzt?



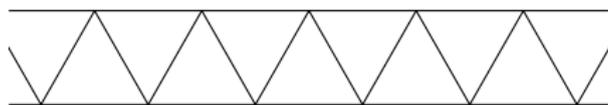
QQ 17

Was sind die Elemente der Symmetriegruppe des folgenden geometrischen Objekts (das sei unendlich periodisch fortgesetzt)?



QQ 18

Geben Sie ein möglichst kleines Erzeugendensystem der Symmetriegruppe an.



QQ 19

Beweisen Sie mit analytischer Geometrie:

In einem Rechteck sind die Diagonalen gleich lang.

QQ 20 - Hyperbolische Halbebene

Sei $A = -1 + i$, $B = i$, $C = 1 + i$.

Zeichnen Sie die Punkte und die Menge aller Geraden, die durch zwei dieser Punkte gehen in die hyperbolische Halbebene ein.

Was sind die Randpunkte der jeweiligen Geraden?

QQ 21 - Hyperbolische Halbebene

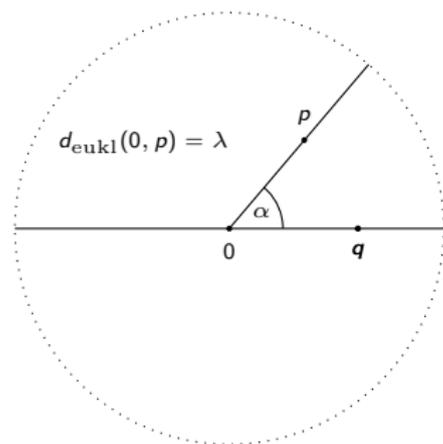
$$A = -1 + i, B = i, C = 1 + i$$

Zeichnen Sie in das Dreieck ABC der hyperbolischen Halbebene alle Winkelhalbierenden ein.

Was fällt Ihnen auf?

Gilt das für alle hyperbolischen Dreiecke?

QQ 22 - Poincaremodell

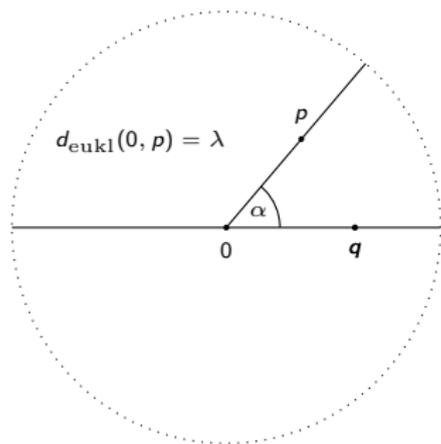


Was ist $d_{\mathbb{D}}(0, q)$?

Stellen Sie $p \in \mathbb{C}$ in Abhängigkeit von λ und α dar.

Was ist $d_{\mathbb{D}}(0, p)$?

QQ 23 - Poincaremodell



Geben Sie einen Ausdruck für $c = d_{\mathbb{D}}(p, q)$ nur mit q, λ, α an.

QQ 24 – Hyperbolische Ebene

Sei $\alpha, \beta, \gamma > 0$ mit $\alpha + \beta + \gamma < \pi$. Gibt es ein Dreieck in der hyperbolischen Ebene, welches α, β, γ als Innenwinkel hat?

QQ 25 – Richtig oder falsch?

- A Sei k ein Großkreis in S^2 und $A \in k$. Die Tangente an k in A liegt in der Ebene in der k liegt.
- B Ist ABC ein sphärisches Dreieck, dann ist der Winkel bei A der zwischen den Tangenten zum Großkreis durch A und B und dem durch A und C .
- C Sind E_1 und E_2 zwei Ebenen. Sei g_i eine Gerade in E_i . Sei $g_1 \cap g_2 = \{A\}$. Dann ist der Winkel zwischen g_1 und g_2 gleich dem zwischen E_1 und E_2 (Was ist letzteres eigentlich?).
- D Ist ABC ein sphärisches Dreieck, dann ist der Winkel bei A der zwischen der Ebene E_1 , aufgespannt durch A und B und O , und der Ebene E_2 aufgespannt durch A und C und O .

QQ 26 – Sphärische Geometrie

Zeigen Sie: Es gibt keine Rechtecke (= Vierecke, bei denen alle Innenwinkel 90° sind) in der sphärischen Geometrie.

QQ 27 – Sphärische Geometrie

Ein *Pseudoquadrat* sei ein Viereck der sphärischen Geometrie, dessen Seitenlängen und Innenwinkel alle gleich groß sind.

Finden Sie alle Innenwinkel α für die es ein Pseudoquadrat gibt. Wie viele Pseudoquadrate gibt es dann für jedes dieser α bis auf Kongruenz?

QQ 28 – Inzidenzgeometrie

Stellen Sie folgende Inzidenzstruktur graphisch/anschaulich dar.

$$\mathcal{I} := \{P := \{A, B, C, D\}, G := \{\{A, B\}, \{A, C\}, \{B, C\}, \{A, D\}\}\}$$

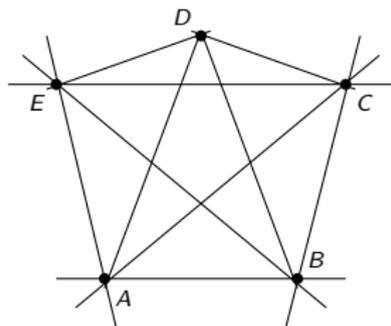
Ist das eine Inzidenzgeometrie? Eine affine Ebene? Wenn nicht, was muss hinzugefügt werden damit es eine wird?

QQ 29 – Inzidenzgeometrie

Finden Sie alle (bis auf Isomorphie) Inzidenzgeometrien mit 4 Punkten.

QQ 30 – Inzidenzgeometrie

Welche Inzidenzstruktur soll folgendes Bild darstellen?
(Nur A bis E sind Punkte)

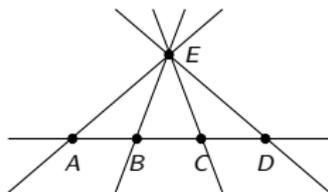


Ist das eine Inzidenzgeometrie?

Eine affine Ebene?

QQ 31 – Anordnungen

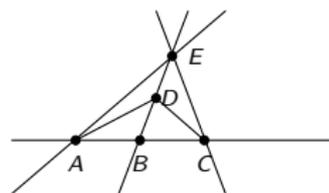
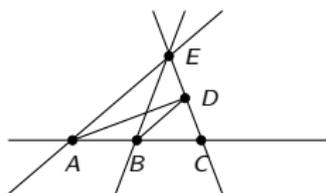
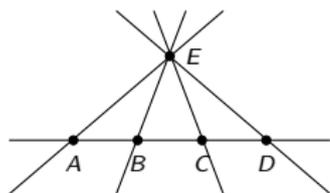
Bestimmen Sie bis auf Isomorphie alle Anordnungen für folgende Inzidenzgeometrie:



Finden Sie ein Beispiel einer Inzidenzgeometrie mit 5 Punkten, die zwei nicht isomorphe Anordnungen besitzt.

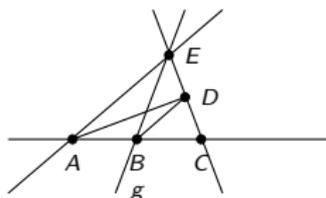
QQ 32 – Angeordnete Inzidenzgeometrie

Für folgende Inzidenzgeometrie betrachten wir die durch das Bild suggerierten Anordnungen:



Was davon sind angeordnete Inzidenzgeometrien?

QQ 33 – Inzidenzgeometrie mit Anordnung



Wir sagen, dass zwei Punkte p und q , die nicht auf g liegen, *auf der gleichen Seite von g liegen*, wenn \overline{pq} die Gerade g nicht schneidet.

Welche Paare von Punkten liegen auf der gleichen Seite von g ?
Was fällt auf?

QQ 34 – Axiomatik

Wie viel der Axiomatik braucht man, um folgenden Satz formulieren zu können? Und stimmt er?

Von je drei paarweise verschiedenen Punkte auf einer Gerade liegt genau einer zwischen den beiden anderen.

QQ 35 – Axiomatik

Wieviel der Axiomatik braucht man, um den Scheitelwinkelsatz formulieren zu können? Formulieren Sie ihn dann.

QQ 36 – Axiomatik

Beweisen Sie den Scheitelwinkelsatz der letzten QQ.