

---

## Übungsblatt 2

---

**Abgabe bis 6.5. um 10 Uhr**

**Aufgabe 4** (1+2+2). Beweisen Sie unter Verwendung der Kongruenzsätze und Winkelsätzen an geschnittenen Parallelen:

- (i) Seien  $g, h$  zwei parallele Geraden. Dann hat jeder Punkt  $P \in g$  von  $h$  den gleichen Abstand.<sup>1</sup>
- (ii) Ein *Parallelogramm* ist per Definition ein Viereck, dessen gegenüberliegende Seiten parallel sind.

Ein Viereck ist genau dann ein Parallelogramm, wenn die gegenüberliegenden Seiten gleich lang sind.

- (iii) Ein *Drachenviereck* ist per Definition ein Viereck  $ABCD$  mit  $|AB| = |AD|$  und  $|BC| = |DC|$ .

Ein Viereck ist genau dann ein Drachenviereck, wenn die Diagonalen des Vierecks (also  $g_{AC}$  und  $g_{BD}$ ) senkrecht aufeinander stehen und eine der beiden Diagonalen die andere halbiert.

**Aufgabe 5** (3+2+2\*). Seien  $g$  und  $h$  zwei senkrechte zueinanderstehende Geraden. Sei  $d > 0$ .

- (i) Wir suchen den geometrischen Ort aller Punkte  $S$ , für die es einen Punkt  $C$  auf  $g$  und einen Punkt  $D$  auf  $h$  mit  $|CD| = d$  gibt und  $S$  der Mittelpunkt von  $CD$  ist.

Zeichnen Sie obige Situation mit Geogebra. Verschieben Sie  $C$  bzw.  $D$  derart, dass Sie sehen, was der gesuchte geometrische Ort ist. Formulieren Sie ihre Beobachtung als Aussage (mit den zugehörigen Größen, die den geometrischen Ort, dann eindeutig beschreiben) und beweisen Sie diese. Geben Sie Ihre Geogebra-Datei mit ab.

- (ii) Wir suchen den geometrischen Ort aller Punkte  $S$ , für die es einen Punkt  $C$  auf  $g$  und einen Punkt  $D$  auf  $h$  mit  $|CD| = d$  gibt und  $S$  auf  $CD$  mit  $|CS| = \frac{1}{3}|CD|$  ist.

Zeichnen Sie wieder mit Geogebra und formulieren Sie ihre Beobachtung als Behauptung.

- (iii\*) Beweisen Sie ihre Behauptung aus (ii) (am einfachsten dann durch direktes Nachrechnen).

**Aufgabe 6A** (2,5+2,5).

- (i) Sei  $K$  ein Halbkreis über einer Strecke  $AB$ . Seien  $C, D$  zwei verschiedene Punkte auf  $K$ . Die Geraden durch  $AC$  und  $BD$  schneiden sich in einem Punkt  $E$  und die Geraden durch  $AD$  und  $BC$  schneiden sich in einem Punkt  $F$ . Beweisen Sie, dass die Gerade durch  $E$  und  $F$  senkrecht auf  $AB$  steht.

Hinweis: Finden Sie ein Sehnenviereck und nutzen Sie die Winkelsätze in den beiden Kreisen.

- (ii) Sei  $k$  ein Kreis mit Mittelpunkt  $O$ . Sei  $\hat{k}$  ein zweiter Kreis, so dass  $k$  und  $\hat{k}$  zwei Punkte  $A$  und  $B$  gemeinsam haben. Sei  $C$  ein Punkt auf  $k$ , der auf der anderen Seite der Geraden  $g_{AB}$  durch  $A$  und  $B$  liegt als  $O$ . Seien  $D \neq B$  bzw.  $E \neq A$  Punkte auf  $\hat{k} \cap g_{BC}$  bzw. auf  $\hat{k} \cap g_{AC}$ . Zeigen Sie, dass dann  $g_{OC}$  senkrecht auf  $g_{DE}$  ist.

---

<sup>1</sup>Der Abstand  $d(P, g)$  eines Punktes  $P$  zu einer Geraden  $g$  ist definiert als

$$d(P, g) := \inf\{d(P, Q) \mid Q \in g\}.$$

Dieses Infimum wird immer durch den Fußpunkt des Lotes von  $P$  auf  $g$  angenommen.

**Aufgabe 6B** (1,5+1+1,5+1). Im Schulbuchkapitel zu Mittelsenkrechten und Umkreisen von Dreiecken bietet das aktuelle Schulbuch Lambacher Schweizer (Baden-Württemberg) für Klasse 7 unter anderem folgende Übungsaufgabe an (S. 128):

- a) Zeichne ein Rechteck und konstruiere seinen Umkreis.
- b) Gibt es Vierecke, die keinen Umkreis haben? Zeichne Beispiele.

Während der Bearbeitung von Teil b) entstehe folgender Dialog zwischen Anton und Berta: Anton: „Ich glaube, dein Trapez hier hat doch einen Umkreis, schau mal ...“ Berta: „Hm, ja, ... komisch, ich dachte erst, das wäre nur bei den Rechtecken so.“ Anton: „Welche Vierecke haben denn nun einen Umkreis?“

- (i) Begründen Sie auf dem Niveau von Klasse 7 (Vorkenntnisse siehe Bildungsplan<sup>2</sup>), dass alle Rechtecke einen Umkreis haben.
- (ii) Stellen Sie den fachlichen Hintergrund der Aufgabe dar. Wann hat allgemein ein Viereck einen Umkreis und was muss man wissen, um zu verstehen, warum das so ist?
- (iii) Finden Sie weitere besondere Vierecke, für die Schülerinnen und Schüler in Klasse 7 die Existenz des Umkreises begründen können und zeigen Sie jeweils den Argumentationsweg.
- (iv) Wie könnten Sie als Lehrkraft **lernförderlich** auf Berta und Anton eingehen? Schreiben Sie das fiktive Gespräch weiter.

---

<sup>2</sup><https://www.bildungsplaene-bw.de/,Lde/LS/BP2016BW/ALLG/GYM/M/IK/7-8/03>