Übungsblatt 7

Abgabe bis 17.6. um 10 Uhr

Aufgabe 19. Schon in der Grundschule werden Parkettierungen genutzt, um das Erkennen von Mustern und Strukturen zu fördern (Parkette legen, Parkette weiterzeichnen, Parkette selbst erfinden, ...). Solche Parkette stellt man sich so vor, dass sie sich unendlich in der Ebene fortsetzen. Die Regelmäßigkeiten, die solchen Mustern zu Grunde liegen, lassen sich mathematisch mit Hilfe von Invarianzabbildungen beschreiben.

Welche Abbildungen lassen das Parkett A bzw. das Parkett B invariant? Beschreiben Sie diese (unendlich vielen) Abbildungen jeweils möglichst systematisch.

Aufgabe 20. Seien $ABCD$ vier Punkte auf einem Kreis k benannt im Uhrzeigersinn. Es schneiden sich AC und BD im Punkt P. Zeigen Sie, dass

$$|AP| \cdot |CP| = |BP| \cdot |DP|$$

gilt. Es existiere auch der Schnittpunkt Q von g_{AB} und g_{CD}. Gilt dann auch $|AQ| \cdot |CQ| = |BQ| \cdot |DQ|$? Begründen Sie.

Aufgabe 21 (1,5+(1+1,5+1))**.**

(i) Konstruieren Sie das hyperbolische Dreieck mit den Eckpunkten i, 3i und $2 + 2\mathrm{i}$ in der hyperbolischen Halbebene. Konstruieren Sie die Kanten nur mit Zirkel und Lineal (beschreiben Sie die Konstruktion).

(ii) Sei $P = a\mathrm{i}$ und $Q = b\mathrm{i}$ für $b > a > 0$.

  (a) Berechnen Sie $d_{\mathbb{H}}(P, Q)$.

  (b) Zeigen Sie, dass der Mittelpunkt $M = c\mathrm{i}$ von $\overline{PQ}$ die Gleichung $c^2 = ab$ erfüllen muss.

  (c) Geben Sie eine Konstruktion mit Zirkel und Lineal von M bei gegebenem P und Q an und begründen Sie, warum diese das richtige Ergebnis liefert.