Nadine Große, Yi-Sheng Wang
SS 16

Übungsblatt 3

Aufgabe 5. (2+1+2) Es gelten (I1)–(I3), (A1)–(A5), (K1)–(K6). Es seien g, h, g', h' Geraden mit Punkten p, q auf g, r, s auf h, p', q' auf g' und r', s' auf h'. Die Gerade g und h bzw. g' und h' schneiden sich im Punkt t bzw. t'. Es liege t zwischen p und q und zwischen r und s. Analog liege t' zwischen p' und q' und zwischen r' und s'. Es gelte $\sphericalangle ptr \cong \sphericalangle p't'r'$. Beweisen Sie die folgenden Aussagen.

(i) (Nebenwinkel) $\sphericalangle rtq \cong \sphericalangle r't'q'$ (*Hinweis: Verwenden Sie Satz 4.7 aus der Vorlesung.*)

(ii) (Gegenwinkel) $\sphericalangle stq \cong \sphericalangle s't'q'$

(iii) (Stufenwinkel) Sei zusätzlich ℓ eine Gerade parallel zu h durch q. Sei u ein Punkt auf ℓ, der auf der gleichen Seite von g liegt wie r. Dann gilt (P) genau dann, wenn $\sphericalangle uqt = \sphericalangle rtp$ gilt.

Aufgabe 6. (3+1+1) Für $\mathbb{R}^2$ mit der natürlich Inzidenz- und Anordnungsstruktur definieren wir

$$d'(p,q) := \begin{cases} \|p-q\| & \text{falls die Gerade durch } p \text{ und } q \text{ waagerecht oder senkrecht ist,} \\ 2\|p-q\| & \text{sonst,} \end{cases}$$

und eine Relation auf Strecken mittels

$$\overline{pq} \cong \overline{p'q'} \text{ genau dann, wenn } d'(p,q) = d'(p',q').$$

(i) Zeigen Sie, dass diese Relation (K1)–(K3) erfüllt.

(ii) Zeigen Sie, dass für d' nicht die Dreiecksungleichung gilt.

(iii) Skizzieren Sie die Menge aller Punkte $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ mit $d'((0,0),(x,y)) = 1$.