
Übungsblatt 5¹

Aufgabe 9. (2+2+1) Sei $\psi: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ eine Isometrie der euklidischen Ebene.

- (i) Zeigen Sie, dass ψ als Hintereinanderausführung² einer Translation, einer Rotation um den Ursprung und ggf. der Spiegelung an der x -Achse geschrieben werden kann.
- (ii) Berechnen Sie die Zerlegung aus (i) explizit falls $\psi = s_g$ die Spiegelung an der Geraden $g = \{a + tb \mid t \in \mathbb{R}, a, b \in \mathbb{R}^2, \|b\| = 1\}$ ist.
- (iii) Rechnen Sie nach, dass $r_\alpha = s_g \circ s_x$ gilt, wobei r_α eine Rotation um den Ursprung um den Winkel α , s_x die Spiegelung an der x -Achse und s_g eine Spiegelung an der Geraden $g = \left\{ \begin{pmatrix} \cos(\alpha/2) \\ \sin(\alpha/2) \end{pmatrix} t \mid t \in \mathbb{R} \right\}$ ist.

Aufgabe 10. (1+1+1+2) Sei pqr ein Dreieck mit $\sphericalangle pqr = \frac{\pi}{2}$. Zeigen Sie (unter Ausnutzung der Definition von \sphericalangle , den Eigenschaften des Skalarproduktes und Eigenschaften der Winkelfunktionen):

- (i) $\cos \sphericalangle qpr = \frac{d(p,q)}{d(p,r)}$
- (ii) $d(p,r)^2 = d(p,q)^2 + d(q,r)^2$
- (iii) $\sin \sphericalangle qpr = \frac{d(r,q)}{d(p,r)}$
- (iv) Sei s ein Punkt auf der Geraden durch q und r , der auf anderen Seite der Geraden durch p und q liegt als r . Dann gilt

$$\sphericalangle rpq + \sphericalangle spq = \sphericalangle rps.$$

Abgabe am Donnerstag 02.06.16 bis 16 Uhr in die Briefkästen

1

- (i) $\sin \alpha = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}$
- (ii) $\cos \alpha = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1$
- (iii) $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$
- (iv) $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$

²Reihenfolge können Sie sich frei wählen