Elementargeometrie Nadine Große, Yi-Sheng Wang
`http://home.mathematik.uni-freiburg.de/ngrosse/` SS 16

Übungsblatt 6

Aufgabe 11. (2+(1+1+1))(Satz von Ceva) Seien pqr drei nicht kollineare Punkte in der euklidischen Ebene. Seien p', q' bzw. r' Punkte im Inneren der Strecken $\overline{qr}$, $\overline{pr}$ bzw. $\overline{pq}$.

(i) Zeigen Sie: Falls sich die Strecken $\overline{pp'}$, $\overline{qq'}$ und $\overline{rr'}$ in einem Punkt schneiden, vgl. linke Abbildung, dann gilt

$$\frac{|\overline{qp'}|}{|\overline{p'r}|}\frac{|\overline{rq'}|}{|\overline{q'p}|}\frac{|\overline{pr'}|}{|\overline{r'q}|} = 1. \tag{1}$$

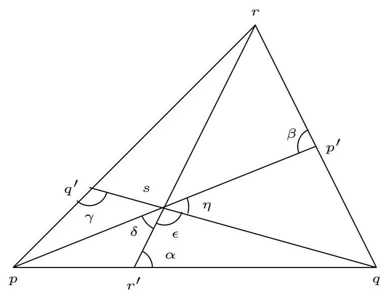
(ii) Es gelte nun (1). Sei s der Schnittpunkt von $\overline{pp'}$ und $\overline{rr'}$. Wir setzen $f(x) := \frac{\sin x}{\sin(\pi-\delta-x)}$. Zeigen Sie:

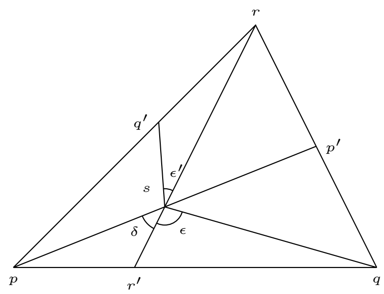
(a) $f(\epsilon) = f(\epsilon')$, wobei $\delta, \epsilon, \epsilon'$ wie in der rechten Abbildung sind.

(b) f ist monoton auf $(0, \pi)$.

(c) Folgern Sie aus (a) und (b), dass auch $\overline{qq'}$ durch s geht und damit die Umkehrung von (i) gilt.

(Hinweis: Sinussatz für die kleinen Dreiecke.)





Aufgabe 12. (3+2) Sei eine angeordnete Inzidenzgeometrie (P, G, I) mit Relationen für Strecken und Winkel gegeben. Es gelten (K1)–(K6). Sei ℓ eine Gerade und p' ein Punkt, der nicht auf ℓ liegt. Sei ℓ' eine zu ℓ parallele Gerade durch p'. Wir nennen ℓ' *echte* Parallele zu ℓ durch p', falls es einen Punkt p auf ℓ gibt, so dass die Gerade h durch p und p' sowohl ℓ als auch ℓ' senkrecht schneidet (also jeweils der Schnittwinkel gleich seinem Nebenwinkel ist.)

(i) Zeigen Sie, dass genau eine echte Parallele zu ℓ durch p' existiert.

Auf I definieren wir eine Relation wie folgt: Wir setzen $(p, \ell) \sim (p', \ell')$, falls $(p, \ell) = (p', \ell')$ oder falls sowohl ℓ' eine echte Parallele zu ℓ durch p' ist als auch ℓ eine echte Parallele zu ℓ' durch p ist.

(ii) Zeigen Sie, dass $\sim$ auf I eine Äquivalenzrelation definiert.

Abgabe am Donnerstag 09.06.16 bis 16 Uhr in die Briefkästen