Elementargeometrie
http://home.mathematik.uni-freiburg.de/ngrosse/

Nadine Große, Yi-Sheng Wang
SS 16

Übungsblatt 9

Aufgabe 17. (3+2) Gegeben sei der Kegelschnitt

$$x^2 + 2\sqrt{3}xy + 3y^2 - \sqrt{3}x + y + 4 = 0$$

(i) Bestimmen Sie die Normalform des Kegelschnittes. Die neuen Koordinaten sollen $(\tilde{x}, \tilde{y})$ heißen.

(ii) Skizzieren Sie die Lösungsmenge und das neue Koordinatensystem $(\tilde{x}, \tilde{y})$ im alten Koordinatensystem (x, y).

Aufgabe 18. (1+2+2) Wir betrachten Polarkoordinaten (r, ϕ) in $\mathbb{R}^2$, d.h. $x = r\cos\phi$ und $y = r\sin\phi$, vgl. Abbildung 1. Es seien die Kurve $r(\phi) = \frac{1}{1-\epsilon\cos\phi}$ gegeben (Ist $1 - \epsilon\cos\phi = 0$, ist r und damit die Kurve für dieses ϕ nicht definiert. Ist $r(\phi)$ negativ, so wird $|r|$ in die am Ursprung gespiegelte Richtung abgetragen.)

(i) Zeigen Sie, dass die entstehende Kurve $(r(\phi), \phi)$ ist für jedes $\epsilon \in \mathbb{R}$ spiegelsymmetrisch bzgl. der x-Achse ist.

(ii) Skizzieren Sie die Kurve für $\epsilon = \frac{1}{2}, 1, 2$. Es entsteht jedesmal ein Kegelschnitt. Welcher Typ is es?

(iii) Bestimmen Sie die zugehörige Gleichung des Kegelschnitts in euklidischen Koordinaten (x, y). (Sie müssen nicht zeigen, dass es sich wirklich um einen Kegelschnitt handelt. Das und den jeweiligen Typ können Sie voraussetzen.)

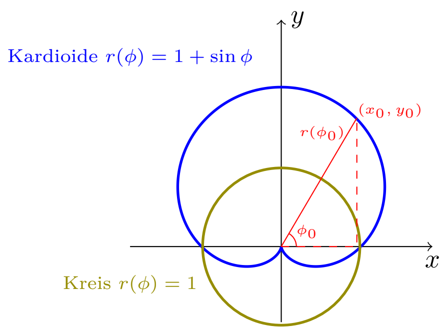

Abbildung 1: Anstelle der euklidischen Koordinaten (x, y) kann man Polarkoordinaten verwenden: (r, ϕ). Als Beispiel sind zwei Kurven in Polarkoordinaten gegeben - der Kreis und die Kardioide.

Abgabe am Donnerstag 30.06.16 bis 16 Uhr in die Briefkästen