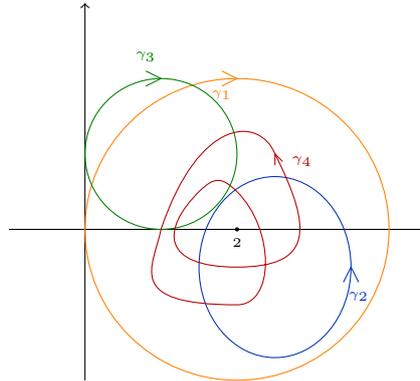


Übungsblatt 13

Aufgabe 37. Sei $f(z) = \frac{e^{z^2}}{z-2}$. Seien $\gamma_i: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{C}$, $i = 1, \dots, 4$, stetig differenzierbar, so dass diese die Kurven im Bild einmal in angezeigter Durchlaufrichtung parametrisieren (Bei der roten Kurven wird im Schnittpunkt 'in Laufrichtung weiter gelaufen – also nicht abbiegen').



Bestimmen Sie $\int_{\gamma_i} f dz$ für $i = 1, \dots, 4$ und $\int_{\gamma_2} \frac{e^{3z}}{(z-2)^3} dz$ (jeweils mit Begründung).

Aufgabe 38. Sei $f = (f_1, f_2)^T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ partiell differenzierbar mit $\partial_x f_2 = -\partial_y f_1$ und $\partial_x f_1 = \partial_y f_2$. Parametrisiere $\gamma: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$ eine glatte einfach geschlossene Kurve. Wir fassen f als komplexe Funktion $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ auf. Zeigen Sie, dass dann das komplexe Kurvenintegral

$$\int_{\gamma} f dz = 0$$

ist.

Hinweis: Verwenden Sie zweimal den Divergenzsatz für das von γ eingeschlossene Gebiet, einmal mit dem Vektorfeld $V_1(x, y) = (f_1(x, y), -f_2(x, y))^T$ und einmal mit $V_2(x, y) = (f_2(x, y), f_1(x, y))^T$.

