Nadine Große, Jonah Reuß

Übungsblatt 11

Abgabe online in Ilias bis Mi 22.01. 12 Uhr.

Aufgabe 31. Berechnen Sie $\int_S \langle V, N\rangle \mathrm{dvol}$ für $V = (yx^2, xy^2 - 3z^4, x^3 + y^2)^T$, wobei S ist der Rand von $\{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 16, z \leq 0, y \leq 0\}$ und N der äußere Einheitsnormalenvektor auf S ist – einmal direkt und einmal mittels des Divergenzsatzes.

Aufgabe 32. Sei $C = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq \frac{1}{2}\}$. Sei γ eine einfach geschlossene Kurve, welche $C \cap \{z = \frac{1}{2}\}$ parametrisiert. Berechnen Sie $\int_\gamma F \cdot ds$ für $F = (\sin x - \frac{y^3}{3}, \cos y + \frac{x^3}{3}, xyz)$ einmal direkt und einmal mittels des Rotationssatzes (=Satz von Stokes) unter Verwendung der Fläche C.

Aufgabe 33 (2,5+2,5)**.**

(i) Zeigen Sie explizit mit der Definition der komplexen Differenzierbarkeit, dass $f_1(z) = z^2$ komplex differenzierbar ist, $f_2(z) = \bar{z}$ jedoch nicht.

(ii) Sei $f_1(z) = \sin z$ und $f_2 = \cos z$. Es ist $\sin(\mathrm{i}x) = \mathrm{i}\sinh x$ und $\cos(\mathrm{i}x) = \cosh x$ für $x \in \mathbb{R}$. Nun folgt mit $\sin z := \sin(x + \mathrm{i}y)$ und Additionstheorem für den Sinus, dass $\sin z = \sin x \cosh y + \mathrm{i} \cos x \sinh y$. Analog ist $\cos z := \cos(x + \mathrm{i}y)$.

Rechnen Sie explizit nach, dass $f_1(z)$ und $f_2(z)$ die Cauchy-Riemann-Differentialgleichungen erfüllt und damit holomorph ist. Was ist $f_1'(z)$ und $f_2'(z)$?