PROF. AMADOR MARTIN-PIZARRO
ÜBUNGEN: DANIEL PALACÍN

ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT FREIBURG
SOMMERSEMESTER 2020

Topologie

Blatt 9

Abgabe: 22.07.2020, 11Uhr

Aufgabe 1 (4 Punkte).

Zeige, dass jeder folgenkompakte Raum häufungspunktkompakt ist.

Aufgabe 2 (6 Punkte).

Im topologischen Raum X betrachte Pfade α, β und γ mit $\alpha(1) = \beta(1) = \gamma(0)$ derart, dass α und β homotop sind. Zeige, dass $\alpha \star \gamma$ homotop zu $\beta \star \gamma$ ist.

Schließe daraus, dass zwei Pfade α und β mit selben Anfangs- und Endpunkten genau dann homotop sind, wenn die Schleife $\alpha \star \overline{\beta}$ homotop zu der konstanten Schleife ist.

Aufgabe 3 (6 Punkte).

Zwei stetige Abbildungen $f, g : X \to Y$ topologischer Räume sind *homotopieäquivalent*, falls es eine stetige Abbildung $H : X \times [0, 1] \to Y$ (bezüglich der Produkttopologie auf $X \times [0, 1]$) derart gibt, dass:

$$H(x, 0) = f(x) \text{ und } H(x, 1) = g(x) \text{ für alle } x \in X.$$

a) Zeige, dass je zwei $n \times n$- Matrizen A und B (als Abbildungen von $\mathbb{R}^n$ mit der euklidischen Topologie) homotopieäquivalent durch eine derartige Homotopie $H : \mathbb{R}^n \times [0, 1] \to \mathbb{R}^n$ sind, dass $H(\cdot, t)$ eine $n \times n$- Matrix für jedes t aus $[0, 1]$ ist.

b) Wenn A und B beide invertierbar sind, ist $H(\cdot, t)$ immer invertierbar?

Aufgabe 4 (4 Punkte).

Sei A ein Retrakt des wegzusammenhängenden topologischen Raumes X. Zeige, dass A mit der Spurtopologie wegzusammenhängend ist.

DIE ÜBUNGSBLÄTTER KÖNNEN ZU ZWEIT EINGEREICHT WERDEN (BITTE ALLE NAMEN EINTRAGEN!) ABGABE DER ÜBUNGSBLÄTTER IM ILIAS ALS EINE EINZIGE PDF-DATEI.