

**Formale Logik**

Blatt 3

Abgabe: 12.11.2024, 10 Uhr

**Gruppennummer angeben!**

**Das Blatt soll zu zweit oder dritt bearbeitet und eingereicht werden.**

Dieses Blatt wird am 14.11. besprochen.

=====

**Aufgabe 1** (4 Punkte).

Bestimme (mit einer Begründung), welche der folgenden Behauptungen gelten.

- (a) Jede aussagenlogische Variable ist tautologisch.
- (b) Wenn die aussagenlogische Formel  $P$  nicht kontingent ist, dann ist  $P$  tautologisch.
- (c) Jede aussagenlogische Formel ist entweder tautologisch oder kontingent oder kontradiktorisch.
- (d) Wenn die Tautologie  $P$  logisch äquivalent zu der aussagenlogischen Formel  $Q$  ist, dann ist  $Q$  eine Tautologie.

**Aufgabe 2** (4 Punkte).

Mit den Abkürzungen

$A_1 =$  Es regnet                       $A_2 =$  Meine Haare werden nass  
 $A_3 =$  Ich bade in der Dreisam       $A_4 =$  Ich werde krank

repräsentiere das folgende Argument aus der natürlichen Sprache als eine einzige aussagenlogische Formel.

*Wenn es regnet, dann werden meine Haare nass, aber wenn es nicht regnet und ich in der Dreisam bade, dann werden auch meine Haare nass. Nun, wenn meine Haare nass werden, werde ich definitiv krank; also bade ich nicht in der Dreisam, egal, ob es regnet oder nicht.*

Ergibt die obige Argumentation Sinn? Ist die erhaltene aussagenlogische Formel tautologisch? Übersetze nun umgekehrt die folgende aussagenlogische Formel in die natürliche Sprache.

$$\left( ((A_1 \rightarrow A_3) \wedge (A_1 \wedge \neg A_4)) \rightarrow A_2 \right)$$

**Aufgabe 3** (3 Punkte).

Seien  $P$  und  $Q$  aussagenlogische Formeln.

- (a) Zeige mit Hilfe des Substitutionslemmas, dass die *Schnelldiagnose*  $((P \wedge Q) \rightarrow (P \rightarrow Q))$  eine Tautologie ist.

**BITTE WENDEN!**

---

ABGABE BIS DIENSTAG 10 UHR. WEGEN SANIERUNGSARBEITEN IN DER BIBLIOTHEK ERFOLGT DIE ABGABE AUSNAHMNSWEISE AUF DEM TISCH NEBEN DEM KOPIERER IM FLUR DER PHILOSOPHIE!

- (b) Seien nun  $P=Ich\ atme$  und  $Q=Die\ Sonne\ geht\ jeden\ Tag\ auf$ . Paris studiert philosophie und argumentiert folgenderweise: *die Sonne geht jeden Tag auf weil ich atme.*

Begründe, ob Paris' Argumentation richtig ist.

**Aufgabe 4** (9 Punkte).

Untersuche mit Hilfe der Tableau-Methode, ob folgende aussagenlogische Formeln tautologisch sind.

(a)  $\left( (A_1 \wedge (A_2 \wedge A_3)) \leftrightarrow ((A_1 \wedge A_2) \wedge A_3) \right)$  (Assoziativität der Konjunktion)

(b)  $\left( (A_1 \wedge (A_2 \vee A_3)) \leftrightarrow ((A_1 \wedge A_2) \vee (A_1 \wedge A_3)) \right)$  (Distributivgesetz II)

(c)  $\left( \neg(A_1 \vee A_2) \leftrightarrow (\neg A_1 \wedge \neg A_2) \right)$  (Zweites De Morgan'sche Gesetz)

(d)  $\left( (A_1 \rightarrow A_2) \leftrightarrow (\neg A_1 \vee A_2) \right)$  (Definition der materialen Implikation)

Berechne die Wahrheitstafel der Assoziativität der Konjunktion.