PROF. AMADOR MARTIN-PIZARRO
ÜBUNGEN: STEFAN LUDWIG

ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT FREIBURG
WINTERSEMESTER 2024/2025

Formale Logik
Blatt 4
Abgabe: 19.11.2024, 10 Uhr
Gruppennummer angeben!
Das Blatt soll zu zweit oder dritt bearbeitet und eingereicht werden.
Dieses Blatt wird am 21.11. besprochen.

==

Aufgabe 1 (4 Punkte)**.**
Bestimme mit einer Begründung oder widerlege mit einem Gegenbeispiel, welche der folgenden Behauptungen gelten:

(a) Wenn die aussagenlogische Formel P kontingent ist, so ist $(P \wedge P)$ auch kontingent.

(b) Die Negation einer kontingenten aussagenlogischen Formel ist auch kontingent.

(c) Gegeben eine aussagenlogische Tautologie P, so ist die aussagenlogische Formel Q genau dann kontingent, wenn $(P \wedge Q)$ kontingent ist.

(d) Gegeben eine aussagenlogische Tautologie P, so ist die aussagenlogische Formel Q genau dann kontingent, wenn $(P \vee Q)$ kontingent ist.

Aufgabe 2 (5 Punkte)**.**
Seien P, Q und R beliebige aussagenlogische Formeln. Zeige direkt aus der Definition folgende logische Äquivalenzen, ohne Wahrheitstafeln oder die Tableau-Methode zu benutzen:

(a) $P \sim (P \wedge P)$

(b) $(P \vee Q) \sim (P \vee R)$, falls $Q \sim R$.

(c) Schließe aus (a), dass $Q \sim (Q \vee Q)$ mit Hilfe der de Morgan'schen Gesetze sowie des Doppelten Negationsgesetzes.

Aufgabe 3 (7 Punkte)**.**
Zeige, dass die beiden aussagenlogischen Formeln $\neg(A_1 \leftrightarrow A_2)$ und $(\neg A_1 \leftrightarrow A_2)$ logisch äquivalent sind mit Hilfe

(a) einer Wahrheitstafel und

(b) der Tableau-Methode sowie

(c) logischer Umformungen.

Gegeben aussagenlogische Formeln P und Q, ist $\big(\neg(P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow (\neg P \leftrightarrow Q)\big)$ eine Tautologie?

BITTE WENDEN!

ABGABE BIS DIENSTAG 10 UHR. WEGEN SANIERUNGSARBEITEN IN DER BIBLIOTHEK ERFOLGT DIE ABGABE AUSNAHMNSWEISE AUF DEM TISCH NEBEN DEM KOPIERER IM FLUR DER PHILOSOPHIE!

Aufgabe 4 (4 Punkte)**.**

(a) Zeige direkt aus der Definition mit Hilfe von Belegungen, dass die aussagenlogische Formel

$$((P \vee \neg Q) \to P)$$

eine Tautologie ist, wenn Q eine Tautologie ist.

(b) Paris kommt mit Augenringen in die Vorlesung und sagt: *Immer, wenn ich diese Nacht geschlafen habe, dann habe ich nicht nur geschlafen, sondern war gleichzeitig auch wach. Dementsprechend, habe ich kein Auge zubekommen.*

Schreibe Paris's Argumentation als aussagenlogische Formel. Zeige mit Hilfe der Teilaufgabe (a) sowie die Definition der materialen Implikation und Aufgabe 3 (b) vom Blatt 2, dass Paris's Argumentation logisch korrekt ist.

Hinweis: Prinzip des ausgeschlossenen Drittens.