

**Formale Logik**

Blatt 5

Abgabe: 26.11.2024, 10 Uhr

**Gruppennummer angeben!**

**Das Blatt soll zu zweit oder dritt bearbeitet und eingereicht werden.**

Dieses Blatt wird am 28.11. besprochen.

=====

**Aufgabe 1** (6 Punkte).

Seien  $P, Q$  und  $R$  aussagenlogische Formeln.

- (a) Zeige mit Hilfe logischer Umformungen (mit den Regeln aus der Vorlesung), dass

$$((P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R)) \sim \neg(P \wedge (Q \rightarrow \neg R)).$$

- (b) Angenommen, dass  $P \sim Q$ , zeige mit Hilfe logischer Umformungen, dass

$$(P \leftrightarrow R) \sim (Q \leftrightarrow R).$$

- (c) Angenommen  $Q$  ist kontradiktorisch. Wenn  $\{P\} \models Q$  (als Argumentform), ist  $P$  dann tautologisch, kontingent oder kontradiktorisch?

**Aufgabe 2** (5 Punkte).

Seien  $P_1, \dots, P_n, Q$  und  $R$  beliebige aussagenlogische Formeln. Antworte direkt aus der Definition (logisch gültiger Argumentformen) oder mit Hilfe eines passenden Gegenbeispiels auf die folgenden Fragen.

- (a) Wenn  $\{P_1, \dots, P_n\} \models Q$ , gilt dann auch  $\{P_1, \dots, P_n, R\} \models Q$  ?  
(b) Folgt aus  $\{P_1, \dots, P_n\} \models (Q \wedge R)$ , dass  $\{P_1, \dots, P_n\} \models Q$  und dass  $\{P_1, \dots, P_n\} \models R$  ?  
(c) Folgt aus  $\{P_1, \dots, P_n\} \models (Q \vee R)$ , dass  $\{P_1, \dots, P_n\} \models Q$  oder dass  $\{P_1, \dots, P_n\} \models R$  ?

**Aufgabe 3** (4 Punkte).

- (a) Zeige mit der Tableau-methode, dass folgende aussagenlogische Formel eine Tautologie ist

$$(A_1 \rightarrow (A_2 \rightarrow A_3)) \leftrightarrow (A_2 \rightarrow (A_1 \rightarrow A_3)).$$

- (b) Überprüfe mit Hilfe der Teilaufgabe (a), ob die folgende aussagenlogische Formel eine Tautologie ist

$$((A_1 \wedge A_2) \rightarrow ((\neg A_3 \rightarrow A_4) \rightarrow (A_2 \vee \neg A_4))) \leftrightarrow ((\neg A_3 \rightarrow A_4) \rightarrow ((A_1 \wedge A_2) \rightarrow (A_2 \vee \neg A_4))).$$

**BITTE WENDEN!**

---

ABGABE BIS DIENSTAG 10 UHR. WEGEN SANIERUNGSARBEITEN IN DER BIBLIOTHEK ERFOLGT DIE ABGABE AUSNAHMNSWEISE AUF DEM TISCH NEBEN DEM KOPIERER IM FLUR DER PHILOSOPHIE!

**Aufgabe 4** (5 Punkte).

Mit den Abkürzungen

$A_1$  = Alex trägt an einem Tag dieser Woche ein weißes T-Shirt.

$A_2$  = Alex trägt an einem Tag dieser Woche ein schwarzes T-Shirt.

$A_3$  = Alex trägt an einem Tag dieser Woche ein blaues T-Shirt.

$A_4$  = Alex trägt an einem Tag dieser Woche ein grünes T-Shirt.

repräsentiere das folgende Argument aus der natürlichen Sprache als eine Argumentform  $(P_1, P_2, P_3; Q)$ .

*Wenn Alex in dieser Woche ein blaues T-Shirt trägt, dann auch ein schwarzes. Wenn Alex aber ein schwarzes T-Shirt trägt, dann auch ein weißes. Des Weiteren, falls Alex diese Woche ein grünes oder ein weißes T-Shirt trägt, so auch ein blaues. Somit trägt Alex in dieser Woche genau dann ein grünes T-Shirt, wenn Alex in dieser Woche auch ein schwarzes T-Shirt trägt.*

Ist diese Argumentform logisch gültig?