PROF. AMADOR MARTIN-PIZARRO
ÜBUNGEN: STEFAN LUDWIG

ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT FREIBURG
WINTERSEMESTER 2024/2025

Formale Logik
Blatt 7
Abgabe: 10.12.2024, 10 Uhr
Gruppennummer angeben!
Das Blatt soll zu zweit oder dritt bearbeitet und eingereicht werden.
Dieses Blatt wird am 12.12. besprochen.

==

Aufgabe 1 (5 Punkte). Stelle die folgende Argumentation Kants als Argumentform dar (inklusive implizite Prämissen). Begründe mit Hilfe von Deduktionsregeln, dass diese logisch korrekt ist. (So wie in der Sitzung vom 27.11.)

Antithesis:

Die Welt hat keinen Anfang, und keine Grenzen im Raume, sondern ist, sowohl in Ansehung der Zeit, als des Raumes, unendlich.

Beweis:

> Denn man setze: sie habe einen Anfang. Da der Anfang ein Dasein ist, wovor eine Zeit vorhergeht, darin das Ding nicht ist, so muß eine Zeit vorhergegangen sein, darin die Welt nicht war, d. i. eine leere Zeit. Nun ist aber in einer leeren Zeit kein Entstehen irgend eines Dinges möglich; weil kein Teil einer solchen Zeit vor einem anderen irgendeine unterscheidende Bedingung des Daseins, vor die des Nichtseins, an sich hat (man mag annehmen, daß sie von sich selbst, oder durch eine andere Ursache entstehe). Also kann zwar in der Welt manche Reihe der Dinge anfangen, die Welt selber aber kann keinen Anfang haben, und ist also in Ansehung der vergangenen Zeit unendlich.

`https://www.projekt-gutenberg.org/kant/krvb/krvb082.html`

Aufgabe 2 (4 Punkte). Zeige die folgenden Deduktionsregeln (so wie in der Sitzung vom 27.11.). Gib jeweils die eingeführte Tautologie an und zeige, falls notwendig, dass diese tatsächlich Tautologien sind.

(a) *Beseitigung der Disjunktion*:

$$\frac{\{P_1, \ldots, P_n\} \models (Q \vee Q)}{\{P_1, \ldots, P_n\} \models Q}$$

(b)

$$\frac{\begin{array}{c}\{P_1, \ldots, P_n\} \models (Q \vee R) \\ \{P_1, \ldots, P_n\} \models (Q \to S) \\ \{P_1, \ldots, P_n\} \models (R \to S)\end{array}}{\{P_1, \ldots, P_n\} \models S}$$

BITTE WENDEN!

Aufgabe 3 (6 Punkte)**.**

Ohne den Vollständigkeitssatz zu benutzen, gib formale Beweise für folgende untenstehenden Behauptungen so wie in den Folien der Sitzung vom 4.12. (Gib jeden Schritt des formalen Beweises an!):

(a) Für alle Prämissen $P_1, \ldots, P_n$ sowie eine beliebige aussagenlogische Formel Q gilt

$$\{P_1, \ldots, P_n\} \vdash \neg(Q \wedge \neg Q).$$

(b) $\{P, \neg P\} \vdash (P \wedge \neg P)$.

Insbesondere folgt aus der Teilaufgabe (b) und aus dem Vollständigkeitssatz, dass die Argument Form $(P, \neg P; (P \wedge \neg P))$ logisch gültig ist. Begründe, warum dies keinen Widerspruch darstellt.

Aufgabe 4 (5 Punkte)**.**

Identifiziere in der folgenden Argumentation alle Prämissen sowie die Konklusion und repräsentiere sie als aussagenlogische Formeln.

> »Gut, ich will ihn essen,« sagte Alice, »und wenn ich davon größer werde, so kann ich den Schlüssel erreichen; wenn ich aber kleiner davon werde, so kann ich unter der Thür durchkriechen. So, auf jeden Fall, gelange ich in den Garten, – es ist mir einerlei wie.«

Mit welchen im Text implizit angenommen Prämissen ist die obige Argumentform logisch gültig? Welche uns bekannte Deduktionsregel steckt dahinter?