Prof. Amador Martin-Pizarro
Stefan Ludwig

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Wintersemester 2024/2025

Formele Logik

Musterklausur

Dauer: 3 Stunden

Die Klausur besteht aus 7 Aufgaben (insgesamt 65 Punkte).

Begründen Sie alle Antworten. Für Antworten ohne Begründung werden KEINE Punkte vergeben.

Schreiben Sie auf jedes Blatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer. Schreiben Sie jede Aufgabe auf einer neuen Seite. Teilaufgaben sollen aufeinanderfolgend aufgeschrieben werden.

Geben Sie am Ende der Klausur Ihre Lösungen einschließlich dieses Deckblatts ab.

Viel Erfolg!

Name: ....
Vorname: ....
Matrikelnummer: ....

Unterschrift: ....

Note

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	Σ
Punkte	10	8	10	9	12	10	6	65
Punkte erreicht								

Aufgabe 1 (10 Punkte)**.**

(a) Wie lauten die de Morgan'schen Gesetze der Aussagenlogik?

(b) Berechne die Wahrheitstafel der aussagenlogischen Formel $(A_1 \to (\neg A_2 \to A_1))$.

(c) Seien P, Q und R beliebige aussagenlogische Formeln. Zeige direkt aus der Definition, ohne Wahrheitstafeln oder die Tableau-Methode zu benutzen, dass $(P \vee Q) \sim (P \vee R)$, falls $Q \sim R$.

(d) Schließe daraus, dass $(P \wedge Q) \sim (P \wedge R)$, falls $Q \sim R$.

Aufgabe 2 (8 Punkte)**.**

Gegeben aussagenlogische Formeln P,Q und R, zeige mit Hilfe logischer Umformungen, dass

$$\big(P \to (Q \to R)\big) \text{ und } \big((P \wedge Q) \to R\big)$$

logisch äquivalent sind.

Aufgabe 3 (10 Punkte)**.**

Gegeben aussagenlogische Formeln P und Q, entscheide mit Hilfe der Tableau-Methode, ob die aussagenlogische Formel

$$\big(\neg(P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow (\neg P \leftrightarrow Q)\big)$$

eine Tautologie ist.

Aufgabe 4 (9 Punkte)**.**

Übersetze das folgende Argument in eine aussagenlogische Argumentform und zeige, dass diese logisch gültig ist.

> If God exists, then God is omnipotent, omniscient, and morally perfect. If God is omnipotent, then God has the power to eliminate all evil. If God is omniscient, then God knows when evil exists. If God is morally perfect, then God has the desire to eliminate all evil. Evil exists. If evil exists and God exists, then either God doesn't have the power to eliminate all evil, or doesn't know when evil exists, or doesn't have the desire to eliminate all evil. Therefore, God doesn't exist.

Begründe, ob das obige Argument die Existenz Gottes widerlegt.

Aufgabe 5 (12 Punkte)**.**

Sei $\mathcal{L}$ eine Sprache der Prädikatenlogik.

(a) Definiere, wann zwei $\mathcal{L}$-Formeln logisch äquivalent sind.

(b) Wir nehmen an, dass $\mathcal{L}$ das zweistellige Relationszeichen R enthält. Ist die $\mathcal{L}$-Aussage

$$\big(\exists x \forall y R(x, y) \to \forall u \exists z R(z, u)\big)$$

allgemeingültig?

(c) Sind $\exists x \forall y R(x, y)$ und $\forall y \exists x R(x, y)$ logisch äquivalent?

Aufgabe 6 (10 Punkte)**.**

Sei $\mathcal{L}$ eine Sprache der Prädikatenlogik, welche nur aus dem zweistelligen Relationszeichen R besteht. Wir betrachten die $\mathcal{L}$-Struktur $\mathcal{M}$ mit Universum alle Menschen, welche es bisher gegeben hat. Die Interpretation von R in $\mathcal{M}$ ist:

$$(a, b) \text{ liegt in } R^{\mathcal{M}} \iff a \text{ ist ein Nachkomme von } b$$

Repräsentiere die folgenden Sätze in der Sprache $\mathcal{L}$.

(a) Jeder Vorfahre eines Menschen hat auch einen Vorfahren.

(b) Jeder Mensch hat genau zwei Vorfahren.

Begründe nun, welche der folgenden Aussagen in $\mathcal{M}$ gelten.

(a) $\forall x \exists y R(x, y)$

(b) $\forall x \exists y R(y, x)$

(c) $\forall x \neg \exists y \neg R(y, x)$

(d) $\forall x \forall y \exists z \big(R(x, z) \wedge R(y, z)\big)$

Aufgabe 7 (6 Punkte)**.**

(a) Beschreibe kurz in eigenen Worten, was das Argument ad Hominem ist und gib ein Beispiel an.

(b) Beschreibe kurz in eigenen Worten, was ein Dammbruchargument (*Slippery Slope*) ist und gib ein Beispiel an.