Universität Freiburg
Fakultät für Mathematik und Physik
Prof. Dr. Wolfgang Soergel
Oliver Straser

Topologie
SoSe 2014

# 1. Übungsblatt

Abgabe: Am Dienstag, den 6.5.2014 im Kasten Ihrer Übungsgruppe

**Aufgabe 1:** Sei $X$ ein topologischer Raum.

i) Ist $M \subseteq X$ eine beliebige Teilmenge, dann ist $A \subseteq M$ genau dann abgeschlossen, wenn eine abgeschlossene Teilmenge $B \subset X$ existiert mit $A = B \cap M$.

ii) Eine Teilmenge $M \subseteq X$ ist genau dann abgeschlossen, wenn für alle $x \in M$ eine offene Umgebung $U$ in $X$ existiert, so dass $M \cap U$ abgeschlossen ist in $U$.

**4 Punkte**

**Aufgabe 2:** Seien $X$, $Y$ topologische Räume.

i) Zeigen Sie, dass für Teilmengen $M$, $N \subseteq X$ im Allgemeinen

$$\overline{M \cap N} \neq \overline{M} \cap \overline{N}$$

gilt. Welche Inklusion gilt stets?

ii) *Zeigen Sie:* Eine Abbildung $f : X \to Y$ ist genau dann stetig, wenn $f(\overline{M}) \subset \overline{f(M)}$ für alle Teilmengen $M \subseteq X$ gilt.

**4 Punkte**

**Aufgabe 3:** Jede stetige Abbildung $f : [0,1] \to [0,1]$ hat einen Fixpunkt, i.e. es existiert ein $x \in [0,1]$ mit $f(x) = x$. **4 Punkte**

**Aufgabe 4:** Die Teilmenge des $\mathbb{R}^2$ definiert durch

$$S := \{(x, \sin(\frac{1}{x})) \in \mathbb{R}^2 | x \in (0,1)\} \cup \{(0,0)\}$$

ist zusammenhängend aber nicht weg-zusammenhängend (in der induzierten Topologie). Hier ein Bild der Menge:

**4 Punkte**

## Noch ein paar wichtige Informationen.

- Die Homepage zu den Übungen finden Sie unter http://home.mathematik.uni-freiburg.de/ostraser/topologie.html
- Die Anmeldung zum Übungsbetrieb erfolgt unter der obigen Homepage. Sie können sich von Mittwoch abend bis Freitag abend zu den Übungsgruppen anmelden. Am Montag abend bekommen Sie Bescheid, welcher Gruppe Sie zugeordnet wurden.
- Der Übungsbetrieb beginnt am Donnerstag, den 8.5.2014.