Universität Freiburg
Fakultät für Mathematik und Physik
Prof. Dr. Wolfgang Soergel
Dr. Oliver Straser

Topologie
SoSe 2014

10. Übungsblatt

Abgabe: Am Dienstag, den 15.7.2014 im Kasten Ihrer Übungsgruppe

Aufgabe 1:

i) Jede freie Operation einer endlichen Gruppe auf einem Hausdorff-Raum ist topologisch frei.

ii) Ist X ein topologischer Raum mit einer topologisch freien Operation einer Gruppe G und ist $H \subseteq G$ eine Untergruppe, so ist auch $X/H \twoheadrightarrow X/G$ eine Überlagerung.

4 Punkte

Aufgabe 2: Man zeige, dass die Linksoperation eines Monoids G auf sich selbst einen Isomorphismus induziert zwischen dem Monoid G und dem Monoid der Endomorphismen der G-Rechtsmenge G, in Formeln also einen Isomorphismus

$$G \cong (\mathrm{Ens} - G)(G), \quad g \mapsto (g\cdot)$$

4 Punkte

Aufgabe 3: Das Quadrat $[0,1]^2$ ist einfach zusammenhängend. Hinweis: Man orientiere sich am Fall $n = 1$. **4 Punkte**

Aufgabe 4:

i) Zeigen Sie, dass Verknüpfungen von natürlichen Transformationen wieder natürliche Transformationen sind.

ii) Seien $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$ Kategorien, $F, G : \mathcal{A} \to \mathcal{B}$ Funktoren und $\nu : F \to G$ eine natürliche Transformation. Ist $H : \mathcal{B} \to \mathcal{C}$ ein weiterer Funktor, so liefert $H \circ \nu$ eine natürliche Transformation von $H \circ F$ zu $H \circ G$.

iii) Sei G eine Gruppe. Wir können G die Ein-Objekt Kategorie $[G]$ zuordnen, deren Morphismen die Elemente von G sind, mit der Verknüpfung in G als Verknüpfung von Morphismen. Zeigen Sie:

$$G - \mathrm{Ens} = \mathrm{Cat}([\mathrm{G}]; \mathrm{Ens})$$

Hierbeit ist $\mathrm{Cat}([\mathrm{G}]; \mathrm{Ens})$ die Kategorie aller Funktoren von $[G]$ in die Kategorie der Mengen.

4 Punkte